புதிய பாடத்திட்டம்

பகுதி II

G.C.E. O/L

கணிதம்

பரீட்சை வழிகாட்டி

* வரைவிலக்கணங்கள்
* குறிப்புகள்
* உதாரணங்கள்
* சூத்திரங்கள்
* அலகு ரீதியான வினாக்கள்
* விடைகள்

இலவசம்

இலவச விநியோகம்

Eng **S. Vimal**
Msc Eng (Lon), Bsc Eng (hons)

தொகுப்பாக்கம்
எஸ்.எஸ்.சுரேன்

வரைவிலக்கணங்கள், குறிப்புக்கள், உதாரணங்கள்

இந்து அராபிய இலக்கம் (Digit)

* *0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9* ஆகிய பத்து அடிப்படை இலக்கங்களும் இந்து அராபிய இலக்கம் எனப்படும்.
* பூச்சியம் தவிர்ந்த மற்றைய அனைத்து அடிப்படை இலக்கங்களையும் மனிதனின் கைவிரல்களின் துணையுடன் காட்ட முடியும்.

எண்கள் (Numbers)

இலக்கங்கள் சேர்வதனால் எண்கள் உருவாகும்.

3 => தனி இலக்க எண் 438 => மூவிலக்க எண்

உரோமன் இலக்கம்.

பண்டைய உரோமர் I, V, X, L, C, D, M ஆகிய ஏழு இலக்கங்களை பயன்படுத்தி உரோம எண்களை உருவாக்கினர்.

I = 1 V = 5 X = 10 L = 50

C = 100 D = 500 M = 1000

நிறைவெண்கள் (Intergers)

1) நேர்நிறைவெண்கள் (Positive Intergers) Z+= 1, 2, 3, 4.....

2) பூச்சியம் (zoro) 0

3) மறை நிறைவெண்கள் (Negative Intergers) Z- = -1, -2, -3 .....

என்பன நிறைவெண்கள் ஆகும்.

$Z = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ ....

இயற்கை எண்கள் (Natural numbers)/ எண்ணும் எண்கள்.

நேர் நிறைவெண்கள் இயற்கை எண்கள் எனப்படும்.

N = 1, 2, 3, 4, 5 ....

முழுஎண்கள் (Whole numbers)

மறை நிறைவெண் தவிர்ந்த ஏனைய எண்கள் முழுஎண்கள் எனப்படும்.

W = 0, 1, 2, 3, 4, 5 ....

பூச்சியம் (zoro)

* பூச்சியம் ஓர் நிறைவெண்
* பூச்சியம் ஓர் இயற்கை எண்ணாக கருதப்படுவதில்லை.
* பூச்சியம் முழுவெண்.
* பூச்சியம் ஓர் இரட்டை எண்.
* பூச்சியத்துக்கு நேர் (+), மறை (-) குறி இடப்படுவதில்லை.
* பூச்சியம் திசை கொண்ட எண் அல்ல.
* 7 ஆம் நூற்றாண்டில் இந்தியாவில் வாழ்ந்த பிரம்மபுத்த என்பவரே 0 அடையாளத்தினை அறிமுகம் செய்தவர்.

ஒற்றை எண்கள் (Odd numbers)

2 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி *1* கிடைக்குமாயின் அவை ஒற்றை எண்களாகும்.

1, 3, 5, 7, 9, 11 ....

பொது உறுப்பு = 2n - 1

இரட்டை எண்கள் (Even numbers)

2 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் எண்கள் இரட்டை எண்கள் எனப்படும்.

0, 2, 4, 6, 8 ....

பொது உறுப்பு = 2n

முதன்மை எண்கள். (Prime numbers)

ஒன்றாலும் தன்னாலும் மட்டும் வகுபடக் கூடிய முழு எண்கள் முதன்மை எண்கள் எனப்படும்.

அல்லது

ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான இரண்டு காரணிகள் மட்டும் இருப்பின் அவ்வெண் முதன்மை எண் எனப்படும்.

2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

Note: *(1)* ஒரு முதன்மை எண்ணின் காரணிகளாக *1* உம் அவ் வெண்ணும் இருக்கும்.

(2) *1* முதன்மை எண்ணாக கருதப்படமைக்கு காரணம் 1x 1 என்னும் ஒரே காரணியை கொண்டுள்ளமையால்.

சேர்தி எண்கள். (Composite Numbers)/ செவ்வக எண்கள்

முதன்மை எண் தவிர்ந்த ஏனைய எண்கள் சேர்தி எண்கள் எனப்படும்.

அல்லது

இரண்டுக்கு மேற்பட்ட காரணிகளை கொண்டுள்ள முழு எண்கள் சேர்தி எண்கள் எனப்படும்.

4, 6, 8, 9, 10, 12 ....

முக்கோண எண்கள். (Triangular Numbers)

அடுத்துள்ள இரு இயற்கை எண்களின் பெருக்கத்தின் அரைவாசிப் பெறுமானம் முக்கோண எண்ணாகும்.

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28 ....

பொது உறுப்பு $= \frac{n(n+1)}{2}$

சதுர எண்கள். (Square Numbers)/ வர்க்க எண்கள்

ஓர் இயற்கை எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கும் போது கிடைக்கும் பெறுமானம் சதுர எண்ணாகும்.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 ....

பொது உறுப்பு = n^2

திசைகொண்ட எண்கள் (Directed numbers)

பருமனுடன் திசையும் குறிக்கும் விதத்தில் நேர் அல்லது மறைக் குறிகளுடன் எழுதப்படும் சகல எண்களும் திசை கொண்ட எண்கள் எனப்படும்.

VMCT.LK

தசம எண்கள் (Decimal numbers)

தசம புள்ளியை கொண்டு எழுதப்படும் எண்கள் தசம எண்கள் ஆகும்.

0.6, 4.321, 53.281

தசம எண்கள் மூன்று வகைப்படும்.

(i) முடிவுறுதசமம்.

(ii) மடங்கு தசமம் (மீளும் தசமம்)

(iii) மடங்கு தசமம் அல்லாத முடிவில் தசமம்.

முடிவுறுதசமம் (Finite decimal)

பின்னமொன்றினை தசம எண்ணாக மாற்றும் போது தசம தானத்திற்கு வலது பக்கம் உறுதியான விடை கிடைக்குமாயின் அவை முடிவுறு தசம எண்ணாகும்.

* $\frac{2}{5} = 0.4$ * $\frac{1}{8} = 0.125$

மடங்கு தசமம் (Recurring decimal)

பின்ன மொன்றினை தசம எண்ணாக மாற்றும் போது தசம புள்ளிக்கு வலதுபக்கம் ஒரே கோலத்தில் எண்கள் மீண்டும் மீண்டும் தோன்றுமாயின் அவை மடங்கு தசமங்கள் ஆகும்.

* $\frac{40}{11} = 3.636363...... = 3.\dot{6}\dot{3}$

மடங்கு தசமம் அல்லாத முடிவில் தசமம் (Infinite decimal)

* $\sqrt{2} = 1.41421356.....$

* $\pi = 3.14159265.....$ * 1.101001000100001 ......

பின்னம் (Fraction)

பின்னமானது $\frac{a}{b}$ வடிவில் எழுதப்படும் $(b \neq 0)$

* பின்னத்தின் பகுதி எண்ணாக *1* இடம்பெறும்.

அலகு பின்னம் (Unit fraction)

பின்னத்தின் தொகுதி எண் *1* ஆக இருப்பின் அவை அலகு பின்னம் எனப்படும்.

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}$

முறைமை பின்னம் (Proper fraction)

பின்னத்தின் தொகுதி எண்ணானது பகுதி எண்ணிலும் சிறியது எனின் அது முறைமை பின்னமாகும்.

$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{6}{11}, \frac{8}{13}$

முறையில்லா பின்னம் (Improper fraction)

பின்னத்தின் தொகுதி எண்ணானது பகுதி எண்ணிலும் பெரியது எனின் அது முறைமையில்லா பின்னமாகும்.

$\frac{7}{3}, \frac{8}{5}, \frac{10}{11}, \frac{20}{3}$

கலப்பு எண். (mixed number)

முழு எண்ணையும் முறைமை பின்னத்தையும் கொண்டு எழுதப்படுபவை கலப்பு எண்ணாகும்.

$1\frac{3}{4}, \quad 2\frac{2}{5}, \quad 7\frac{5}{8}$

VMCI.LK

சமவலுப் பின்னம். (Equivatent fraction)

ஒன்றுக்கொன்று சமமான பின்னங்கள் சமவலுப்பின்னங்கள் எனப்படும்.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15}$$

விகிதமுறுஎண் (Rational Numbers)

$\frac{a}{b}$ வடிவில் எழுதக்கூடிய எல்லா எண்களும் விகிதமுறு எண்களாகும்.

1) நிறை வெண்கள்.

2) பின்னங்கள்

3) முடிவுறு தசம எண்கள்

4) மடங்கு தசம எண்கள்

விகிதமுறு எண்ணின் தொடைப் பிறப்பாக்கி வடிவம்

$$Q = \left\{\tfrac{a}{b} : a, b \in z, b \neq 0\right\}$$

விகிதமுறா எண்கள். (Irrational numbers)

$\frac{a}{b}$ வடிவில் எழுதமுடியாத எண்கள் விகிதமுறா எண்களாகும்.

i) மடங்கு தசமம் அல்லாதா முடிவிலி தசமம்

ii) π iii) சேடுகள்

மெய்யெண்கள் (Real numbers)

விகிதமுறு எண்கள், விகிதமுறா எண்கள் மெய்யெண்களாகும்.

* எண்கோட்டில் காட்டக் கூடிய எண்கள் யாவும் மெய்யெண்கள் எனப்படும்.

சேடு (Surds)

ஒரு எண்ணின் மூலம் விகிதமுறா எண்ணாக இருக்குமாயின் அம்மூலம் சேடு எனப்படும்.

அல்லது

நிறைவர்கம் அல்லாத கோவைகள் சேடு எனப்படும்.

* $\sqrt{12}, \sqrt{5}, \sqrt{11}, \sqrt{13}$

முழுச்சேடு (Entire surds)

சேடு ஒன்றை சுருக்கும் போது $a\sqrt{b}$ என்னும் வடிவம் அமையும் சேடுகள் முழுச் சேடு எனப்படும்.

* $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ * $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

கலப்புசேடு (Mixed surds)

ஒரு விகிதமுறு எண்ணினதும் (1 இற்கு சமமற்ற) ஒரு சேட்டினதும் பெருக்கம் கலப்புச் சேடு எனப்படும்.

* $8\sqrt{21}$ * $4\sqrt{14}$

வர்க்க மூலம் (Square root)

* வர்க்கமூலத்தின் குறியீடு $\sqrt{\ }$ ஆகும்.

VMCT.LK

* **நிறைவர்க எண்ணின் வர்க மூலத்தை காணும் முறைகள்.**

(i) அவதானிப்பதன் மூலம் .

(ii) முதன்மை எண்ணிகளின் பெருக்கத்தை கொண்டு

(iii) சேடிகட்டி வகுத்தல் (சாதாரண) முறைமூலம்.

* **நிறை வர்க்கம் அல்லாத எண்களின் வர்கமூலத்தை காணும் முறைகள்.**

(i) சேடிகட்டி வகுத்தல் (சாதாரண) முறைமூலம்.

(ii) அண்ணன வாக்கல் மூலம்.

சேடுகளை கூட்டல், கழித்தல் , பெருக்கல், வகுத்தல்.

(1) கூட்டல் $a\sqrt{x} + b\sqrt{x} = (a+b)\sqrt{x}$

(2) கழித்தல் $a\sqrt{x} - b\sqrt{x} = (a-b)\sqrt{x}$

(3) பெருக்கல் $a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c)\sqrt{b \times d}$

(4) வகுத்தல் $a\sqrt{b} \div c\sqrt{d} = \frac{a}{c}\sqrt{\frac{b}{d}}$

முதன்மை காரணிகள் (Prime factors)

எண் ஒன்றில் உள்ள காரிணிக்குள் முதன்மை எண்களாக உள்ளவை முதன்மை காரணிகள் எனப்படும்.

பொது மடங்களில் சிறியது (பெ.ம.சி) (Least common mutiple)

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களை மிச்சமின்றி வகுக்க கூடிய மிக சிறிய எண் அவ்வெண்களின் பொ.ம.சி எனப்படும்.

பொது காரனிகளுள் பெரியது (பெ.கா.பெ)

(Greatest common faector.)

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களை மிச்சமின்றி வகுக்க கூடிய மிகப் பெரிய எண் இவ்வெண்களின் பொ.கா.பெ எனப்படும்.

இலக்கச்சுட்டி (Digital index)

எண்ணொன்றின் இலக்கங்களை கூட்டி 1 தொடக்கம் 9 வரையுள்ள தனி இலக்கமாக பெறப்படும் பெறுமானம் அவ்வெண்களின் இலக்கசுட்டி எனப்படும்.

$7413 \Rightarrow 7 + 4 + 1 + 3 \Rightarrow 15 \Rightarrow 1 + 5 \Rightarrow 6$

வகுபடு தன்மை (Division)

எண்ணொன்று 3 ஆல் வகுபடு தன்மை.

எண்ணொன்றின் இலக்க சுட்டி 3 ஆல் வகுபடுமாயின் அவ்வெண் 3 ஆல் மிச்சமின்றி வகுபடும்.

எண்ணொன்று 4 ஆல் வகுபடு தன்மை

ஒரு எண்ணின் கடைசி இரு இலக்கங்களும் எண் 4 ஆல் மீதியின்றி வகுபடுமாயின் அல்லது கடைசி இரு இலக்கங்களும் 00 ஆக இருக்குமாயின் அவ்வெண் 4 ஆல் மிச்சமின்றி வகுபடும்.

எண்ணொன்று 5 ஆல் வகுபடு தன்மை.

ஓர் எண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 0 அல்லது 5 ஆக இருக்குமாயின் அவ்வெண் 5 ஆல் மிச்சமின்றி வகுபடும்.

VMCT.LK

எண்ணொன்று 6 ஆல் வகுபடுதன்மை

ஓர் எண் 2 ஆலும் 3 ஆலும் வகுபடுமாயின் அவ் எண் 6 ஆல் மிச்சமின்றி வகுபடும்.

எண்ணொன்று 9 ஆல் வகுபடுதன்மை

எந்தவொரு எண்ணின் இலக்கச் சுட்டி 9 ஆயின் அவ்வெண் 9 ஆல் மிச்சமின்றி வகுபடும்.

எண்ணொன்று 10 ஆல் வகுபடுதன்மை.

ஓர் எண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் (கடைசி இலக்கம்) 0 ஆக இருக்குமாயின் அவ்வெண் 10 ஆல் மிச்சமின்றி வகுபடும்.

மட்டந்தட்டல். (Rounding off)

எண்ணை ஒரு குறித்த விதிக்கேற்பக் கிட்டிய பெறுமானத்தினால் காட்டல் மட்டந்தட்டல் எனப்படும்.

* மட்டந்தட்டலில் விடுபடும் எண் 5 அல்லது 5 இலும் அதிகம் எனின் அதன் முன்னுள்ள இலக்கத்துக்கு 1 கூட்டப்படும்.
* தனி இலக்க எண்கள் ஒரு போதும் மட்டந்தட்டப்படுவதில்லை.

விஞ்ஞானமுறை குறிப்பீடு. (Scientific notation)

எண்ணொன்றை 1 தொடக்கம் 9 வரையுள்ள ஓர் எண்ணினதும் 10 இன் வலுவினதும் பெருக்கமாக காட்டுதல் விஞ்ஞான முறை குறிப்பீடு எனப்படும்.

$$P = a \times 10^n$$

* $0 < a < 10$
* $n \in Z$

சுட்டிகள். (Indices)

கணியமொன்று பெருக்கப்படும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை சுட்டி எனப்படும்.

$$a \times a \times a = a^3$$

a => அடி 3 => சுட்டி a^3 => வலு.

சுட்டி விதி - 01

அடிகள் சமனான வலுக்கள் பெருக்கப்படும் போது அவற்றின் சுட்டிகள் கூட்டப்படும்.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

சுட்டி விதி - 02

அடிகள் சமனான வலுக்கள் வகுக்கப்படும் போது அவற்றின் சுட்டிகள் கழிக்கப்படும்.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

சுட்டி விதி - 03

அடி பூச்சியமல்லாத எந்தவொரு வலுவினதும் சுட்டி பூச்சியம் எனின் அதன் பெறுமானம் 1 ஆகும்.

$$a^0 = 1$$

சுட்டி விதி - 04

சுட்டி ஆனது மறை குறியை கொண்டிருப்பின் அது மறை சுட்டியாகும் அதனை நேர் சுட்டியாக மாற்றுவதற்கு நிகர் மாற்றாக எழுதல் வேண்டும்.

VMCT.LK

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\frac{1}{a^{-m}} = a^m$

சுட்டி விதி - 05

வலுவின் மேல் சுட்டி காணப்படுமாயின் சுட்டி சுட்டியால் பெருக்கப்படும்.

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

சுட்டி விதி - 06

வலுச் சமன்பாடு ஒன்றில் சுட்டிகள் சமன் எனின் அவற்றின் அடிகள் சமன். அடிகள் சமனாயின் அவற்றின் சுட்டிகள் சமன்.

$$x^3 = 5^3$$
$$\therefore x = 5$$

$$3^x = 3^2$$
$$\therefore x = 2$$

சுட்டி வாய்பாடு

2	3	4	5	6	7
$2^0 = 1$	$3^0 = 1$	$4^0 = 1$	$5^0 = 1$	$6^0 = 1$	$7^0 = 1$
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	$4^1 = 4$	$5^1 = 5$	$6^1 = 6$	$7^1 = 7$
$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$	$6^3 = 216$	$7^3 = 343$
$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$		
$2^5 = 32$	$3^5 = 243$	$4^5 = 1024$		$11^2 = 121$	
$2^6 = 64$	$3^6 = 729$			$12^2 = 144$	
$2^7 = 128$	8	9	10	$13^2 = 169$	
$2^8 = 256$	$8^0 = 1$	$9^0 = 1$	$10^0 = 1$	$14^2 = 196$	
$2^9 = 512$	$8^1 = 8$	$9^1 = 9$	$10^1 = 10$	$15^2 = 225$	
$2^{10} = 1024$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$	$16^2 = 256$	
	$8^3 = 512$	$9^3 = 729$	$10^3 = 1000$		

சுட்டி விதி - 07

பெருக்கத்தில் வலு = வலுக்களின் பெருக்கம். $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

மடக்கை (Logarithm)

ஒரு எண்ணை அடியின் வலுவாக எழுதும் போது அங்கு சுட்டியானது அவ் வடிக்குரிய மடக்கை ஆகும்.

மடக்கை வடிவத்தை சுட்டிவடிவமாக எழுதுதல்.

$$Logb^a = c$$
$$a = b^c$$

சுட்டி வடிவத்தை மடக்கை வடிவமாக எழுததல்.

$$a = b^c$$
$$Logb^a = c$$

VMCT.LK

மடக்கை விதி - 01

பெருக்கத்தின் மடக்கையானது மடக்கைகளின் கூட்டுத்தொகைக்கு சமன்.

$$Log_a m \times n = Log_a m + Log_a n$$

மடக்கை விதி - 02

வகுத்தலின் மடக்கையானது மடக்கைகளின் வித்தியாசத்துக்கு சமன்.

$$Log_a \left(\frac{m}{n}\right) = Log_a m - Log_a n$$

மடக்கை விதி - 03

மடக்கைக்கு முன்னால் காணப்படும் கணியம் மடக்கை எண்ணின் மேல் எழுதப்படும்.

$$a\ Log_x{}^{b} = Log_x{}^{b^a}$$

மடக்கை விதி - 04

எந்வோர் அடியிலும் அவ்வெண்ணின் மடக்கை 1 ஆகும்.

$$Log\ a^a = 1$$

மடக்கை விதி - 05

எந்தவோர் அடிக்கும் 1 இன் மடக்கை 0 ஆகும்.

$$Log\ a^1 = 0$$

Note: அடி 10 ஐ உடைய மடக்கை lg மூலம் குறிப்பிடப்படும்.

$$Log_{10}\ a = Lg\ a$$

$* \log_{10} 1 = \lg 1 = 0$

$* \log_{10} 10 = \lg 10 = 1$

$* \log_{10} 100 = \lg 100 = 2$

$* \log_{10} 1000 = \lg 1000 = 3$

* மடக்கையானது இருவகையான எண்களை கொண்டுள்ளது.

1) சிறப்பியல்பு எண்   2) தசம கூட்டுஎண்.

Note:- சிறப்பியல்பு எண்ணானது முழுஎண்ணிலும் பார்க்க 1 குறைவாகும்.

முரண் மடக்கை (Anti logarithm)

எண் ஒன்றிற்கு மடக்கை பெறுமானம் தருமிடத்து அதற்குரிய எண்ணைக் காண்பது முரண் மடக்கை எனப்படும்.

பொதுக்காரணி (Comen Factor)

ஒரு கோவையில் உள்ள பொதுவான கணியங்கள் அல்லது கோவைகளினை அடைப்புக்கு வெளியேடுத்து ஏனையவற்றை அடைப்புக்குள் எழுதுதல் பொதுக்காரணி எனப்படும்.

இரு வர்க்க வித்தியாச காரணி.

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

* x^2+bx என்னும் இருபடிக்கோவையை நிறை வர்கமாக்குவதற்கு சேர்க வேண்டிய மாற உறுப்பு காணல்.

மாறா உறுப்பு = $\left(\frac{\text{நடு உறுப்பு}}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2$

இருபடிக்கோவை $x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$

VMCT.LK

* ax^2 .... + c என்னும் இருபடிக் கோவையை நிறை வர்கமாக்கு வதற்கு சேர்கவேண்டிய நடு உறுப்பு காணல்.

$$\text{நடு உறுப்பு} = \pm 2\sqrt{1\text{ ஆம் உறுப்பு} \times 3\text{ஆம் உறுப்பு}}$$
$$= \pm 2\sqrt{ax^2 \times c}$$

அட்சர கணித கோவைகளின் விரிவு (Algebraic Expression Exapansion)

(1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(3) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(4) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

இருபடிச் சமன்பாடு (Quadratic Equation)

(1) $(x+a)(x+b) = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் (தீர்வுகள்).

$x = -a$ அல்லது $x = -b$

(2) a, b என்பவற்றை மூலகங்களாக கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடுகள்

(i) $(x-a)(x-b) = 0$
(ii) $x^2 - (a+b)x + ab = 0$

(3) $ax^2 + bx + c = 0$ என்னும் இருபடிச் சமன்பாட்டில் x இன் பெறுமானம் காணுவதற்கான சூத்திரம்.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(4) **$ax^2 + bx + c = 0$ என்னும் இருபடிச் சமன்பாட்டை வர்க்கப் பூர்த்தியாக்கல் மூலம் தீர்பதற்கான படிமுறைகள்.**

(i) x^2 இன் குணகத்தால் சமன்பாட்டின் இரு பக்கமும் வகுத்தல்.
(ii) x^2, x சமன்பாட்டின் ஒருபக்கத்திலும் மாறிலி சமன்பாட்டின் வலது பக்கதிலும் எழுதுக.
(iii) x இன் குணகத்தின் அரைவாசியின் வர்க்கத்தை சமன்பாட்டின் இரு பக்கமும் கூட்டுக.
(iv) சமன்பாட்டின் இடது பக்கத்தை நிறை வர்ககோவையாக எழுதுதல்.
(v) இருபக்கமும் வர்கமூலம் காணுதல்.
(vi) x இன் இரு பெறுமானத்தை துணிதல்.

ஒருங்கமை சமன்பாடு (Simultaneou Equations)

1) ஒருங்கமை சமன்பாட்டு சோடியில் நீக்கப்படும் இரு கணியமும் சமனானவையாக இருத்தல் வேண்டும்.

2) நீக்கப்படும் கணியங்கள் ஒரே குறியுடையனவாயின் கழிப்பதன் மூலமும் வேறுபட்ட குறியுடையனவாயின் கூட்டுவதன் மூலமும் நீக்கப்படும்.

சமனிலிகள் (Inequalities)

1) $a > b$ => a பெரிது b இலும்
2) $a < b$ => a சிறிது b இலும்
3) $a \geq b$ => a பெரிது சமன் b இலும்
4) $a \leq b$ => a சிறிது சமன் b இலும்.

5) சமனிலியின் இருபக்கமும் ஒரே எண்ணைக் கூட்டுவதனாலோ அல்லது கழிப்பதனாலோ சமனிலியின் குறி மாற்றமடையாது.

6) சமனிலி ஒன்றின் இருபக்கமும் நேர் எண்ணால் பெருக்கும்போது அல்லது வகுக்கும் போது சமனிலியில் குறி மாற்றமடையாது.

7) சமனிலி ஒன்றின் இருபக்கமும் மறை எண்ணால் பெருக்கும் போது அல்லது வகுக்கும் போது மட்டும் குறிமாறும்.

தொடர் / விருத்தி (Progression)

* ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட விதிக்கமைய அமைக்கப்பட்ட கணியங்களின் தொடர்ச்சி தொடர் எனப்படும்.
* தொடரில் உள்ள ஒவ்வொரு கணியமும் தொடரின் உறுப்புகள் எனப்படும்.

கூட்டல் விருத்தி (Arithmetic Progression)

விருத்தியொன்றின் அடுத்து வரும் உறுப்புகளுக்கு இடையிலான வித்தியாசம் மாறப் பெறுமானத்தை கொண்டிருப்பின் அது கூட்டல் விருத்தி ஆகும்.

முதலாம் உறுப்பு (First Term)

கூட்டல் விருத்தியில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் உறுப்பு முதலாம் உறுப்பு எனப்படும்.

பொதுவித்தியாசம் (Common difference)

கூட்டல் விருத்தியின் பின் உறுப்பிலிருந்து அதன் அடுத்துள்ள முன் உறுப்பை கழிக்கும் போது பெறப்படும் பெறுமானம் பொது வித்தியாசம் எனப்படும்.

பொது வித்தியாசம் $d = T_2 - T_1 = T_3 - T_2$

Note: கூட்டல் விருத்தி ஏறுவரிசையில் காணப்படின் பொது வித்தியாசம் நேர்குறியையும் (+) இறங்கு வரிசையில் காணப்படின் மறை குறியையும் (-) கொண்டிருக்கும்.

கடைசி உறுப்பு (Last Term)

கூட்டல் விருத்தியில் இறுதியாக காணப்படும் உறுப்பு கடைசி உறுப்பு எனப்படும்.

நியம கூட்டல் தொடர்

$a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots\ldots\ldots\ldots a+(n-1)d$

கூட்டல் விருத்தியில் *n* ஆம் உறுப்பு காணுவதற்கான சூத்திரம்.

$Tn = a + (n-1)\,d$

கூட்டல் விருத்தியில் கூட்டுத்தொகை காணுவதற்கான சூத்திரங்கள்.

$Sn = \frac{n}{2}(a + L)$ $Sn = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

பெருக்கல் விருத்தி (Geometric Progression)

ஒரு விருத்தியில் அடுத்து வரும் இரு உறுப்புகளுக்கிடையிலான விகிதம் மாறா பெறுமானத்தை கொண்டிருப்பின் அது பெருக்கல் விருத்தி எனப்படும்.

முதலாம் உறுப்பு (First Term)

பெருக்கல் விருத்தியில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் உறுப்பு முதலாம் உறுப்பு எனப்படும்.

பொது விகிதம் (Common Ratio)

பெருக்கல் விருத்தியில் பெருகி செல்லும் மாறாப் பெறுமானம் பொது விகிதம் எனப்படும்.

பொது விகிதம் $r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$

பெருக்கல் விருத்தியில் n ஆம் உறுப்பு காணுவதற்கான சூத்திரம்.

$$Tn = a\ r^{n-1}$$

பெருக்கல் விருத்தியில் முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை காணுவதற்கான சூத்திரம்.

$$Sn = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \qquad r > 1$$

$$Sn = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \qquad r < 1$$

நேர் கோட்டு வரைபு (Straight Line Graph)

* y ஆனது x இன் முதலாம் படிச்சமன்பாட்டை கொண்டுள்ள வரைபுகள் நேர்கோட்டு வரைபுகள் எனப்படும்.
* நேர்கோட்டு வரைபின் நியமச் சமன்பாடு $y = mx + c$ ஆகும்.
* உற்பத்தி புள்ளி உடாக செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y = mx$ ஆகும்.
* m = படித்திறன் * C = வெட்டுத்துண்டு.
* உற்பத்தி புள்ளியின் ஆள்கூறு $(0,0)$ஆகும்.

கிடை அச்சு (Horizontal Axis)

$y = 0$ என்ற நேர்கோடு கிடை அச்சு அதாவது x அச்சு ஆகும்.

நிலைக்குத்தச்சு (Vevtical Axis)

$x = 0$ என்ற நேர்கோடு நிலைக்குத்து அச்சு அதாவது y அச்சு ஆகும்.

படித்திறன் (Gradiant)

நேர்கோடு ஒன்று x அச்சின் நேர் திசையுடன் இடஞ்சுழியாக அமைக்கும் கோணத்தின் tan பெறுமானம் படித்திறன் ஆகும்.

* m இன் குறி நேர் (+) எனின் கூர்ங்கோணம்.
* m இன் குறி மறை (-) எனின் விரிகோணம்.

வெட்டுத்துண்டு

ஒரு நேர்கோடு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் y ஆள் கூறு வெட்டுத் துண்டு எனப்படும்.

Note:- நேர் கோட்டு வரைபுக்குரிய சமன்பாட்டில் y இன் குணகம் 1 ஆக இருக்கும் போது படித்திறன், வெட்டுத்துண்டு எழுதல் வேண்டும்.

உற்பத்தி புள்ளி கூடாக செல்லும் நேர்கோட்டின் படித்திறன் காணல்.

படித்திறன் $m = \frac{y \text{ ஆள் கூறு}}{x \text{ ஆள் கூறு}}$

இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர் கோட்டின் படித்திறன், சமன்பாடு காணல்.

படித்திறன் $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

சமன்பாடு $y - y_1 = m(x - x_1)$

WMCT.LK

சமாந்தரமான நேர்கோட்டுவரைபுகள்

1) x அச்சுக்கு சமாந்தரமான நேர் கோட்டின் படித்திறன் பூச்சியம்.

2) y அச்சுக்கு சமாந்தரமான நேர் கோட்டின் படித்திறன் பற்றி கூறமுடியாது.

3) ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமான நேர் கோடுகளின் படித்திறன் சமன்.

ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தன நேர்கோட்டு வரைபுகள்.

* இரு நேர்கோட்டு வரைபுகள் ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தாக இருந்தால் அவற்றின் படித்திறனின் பெருக்கம் (-1) ஆகும்.

பரவளையி / வளைகோட்டு வரைபு

* y ஆனது x இன் இரண்டாம் படிச்சமன்பாட்டை கொண்டுள்ள வரைபுகள் பரவளையி வரைபுகள் எனப்படும்.
* பரவளையின் நியமச் சமன்பாடு $y = a x^2+bx+c$ ஆகும்.
* x^2 இன குணகம் (+) எனின் இழிவு வரைபையும் (-) எனின் உயர்வு வரைபையும் தரும்.

சார்பு (Function)

இரு கணியங்களுக்கிடையிலான தொடர்புடமையை சார்பு எனப்படும்.

* சார்பு என வரைபில் குறிக்கப்படுவது y ஆகும்.
* சார்பு பூச்சியம் எனச் சொல்லப்படும் போது $y = 0$ ஐக் குறிக்கும் அதாவது வரைபில் x அச்சை வெட்டும் இரு நிலைகளாகும்.

இழிவுப்புள்ளி (Minimum Point)

சார்பு குறைவடைந்து கொண்டு சென்று அதிகரிக்கின்ற நிலையில் உள்ள புள்ளி இழிவுப் புள்ளியாகும்.

உயர்வுப்புள்ளி (Maximum Point)

சார்பு அதிகரித்துக்கொண்டு சென்று குறைவடைகின்ற நிலையில் உள்ள புள்ளி உயர்வுப் புள்ளியாகும்.

இழிவுப் பெறுமானம் (Minimum Value)

இழிவுப் புள்ளியில் y ஆள் கூறு இழிவுப் பெறுமானமாகும்.

உயர்வு பெறுமானம் (Maximum value)

உயர்வுப் புள்ளியில் y ஆள் கூறு உயர்வு பெறுமானமாகும்.

திரும்பல் புள்ளி (Turning Point)

வரையானது உயர்வுப் புள்ளியில், இழிவுப் புள்ளியில் திரும்படையும் அவ்வாறன புள்ளி திரும்பல் புள்ளி எனப்படும்.

சமச்சீர்கேடு / சமச்சீர் அச்சு (Axis of symmetry)

y அச்சுக்கு சமாந்தரமாக திரும்பல் புள்ளியினுடாக வரையப்படும் நேர்கோடு சமச்சிர் கோடு எனப்படும்.

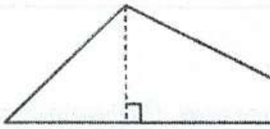
சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு

பரவளையின் உயர்வு புள்ளியின் அல்லது இழிவுப் புள்ளியின் x ஆள் கூறு சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை தரும்.

Note: ஒரு நேர்கோடு வரைவு அல்லது பரவளையி x அச்சை வெட்டுமாயின் $y = 0$ ஆகும் y அச்சை வெட்டுமாயின் $x = 0$ ஆகும்.

சுற்றளவு, பரப்பளவு, கனவளவு (Perimeter, Area, volume)

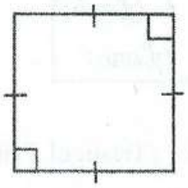
முக்கோணி (Triangle)



சுற்றளவு = 3பக்க நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை.

பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ x அடி x செங்குத்துயரம்.

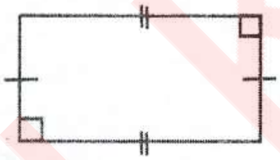
சதுரம் (Square)



சுற்றளவு = 4 x ஒருபக்க நீளம்.

பரப்பளவு = நீளம் x நீளம்

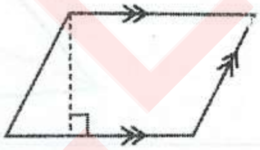
செவ்வகம் (Rectangular)



சுற்றளவு = 2 (நீளம் + அகலம்)

பரப்பளவு = நீளம் x அகலம்

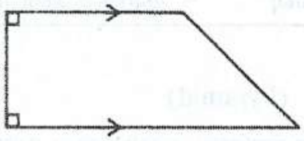
இணைகரம் / சாய்சதுரம் (Parallclogram)



சுற்றளவு = 2 (நீளம் + அகலம்)

பரப்பளவு = அடி x செங்குத்துயரம்.

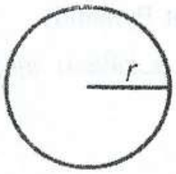
சரிவகம் (Trapezium)



சுற்றளவு = 4 பக்க நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை.

பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ x இருசமாந்தர பக்கங்களின் கூட்டுத் தொகை x செங்குத்துயரம்

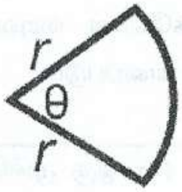
வட்டம் (Circle)



பரிதி = $2\pi r$ அல்லது πd

பரப்பளவு = πr^2

ஆரைச்சிறை (Sector)

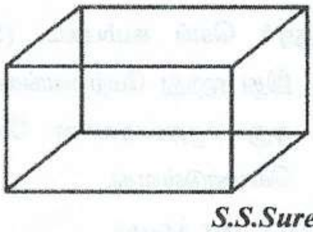


சுற்றளவு $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi r + 2r$

பரப்பளவு $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

கனவுரு (Cuboid)

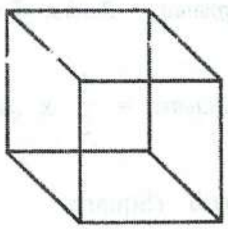
* மூன்று சோடி செவ்வக வடிவான மேற்றளத்தை கொண்ட உருவம் கனவுருவாகும்.



VMCTLK

மேற்பரப்பளவு	= 2(நீ x அ + அ x உ + உ x நீ)
கனவளவு	= நீளம் x அகலம் x உயரம்

சதுரமுகி (Cube)

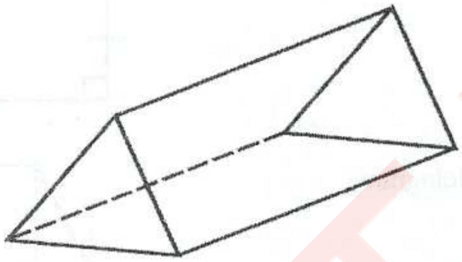


* அறு சதுர வடிவமான மேற்றளத்தை கொண்ட உருவம் சதுரமுகி ஆகும்.

மேற்பரப்பளவு	= 6 (நீளம்)^2
கனவளவு	= (நீளம்)^3

முக்கோண அரியம். (Triangel Prism)

* இரு முக்கோண மேற்றளத்தையும் மூன்று செவ்வக மேற்றளத்தையும் கொண்ட உருவம் முக்கோண அரியமாகும்.



மேற்பரப்பளவு	= 2 முக்கோணிகளின் பரப்பளவு x 3 செவ்வகங்களின் பரப்பளவு
கனவளவு	= குறுக்குவெட்டு பரப்பு x நீளம்

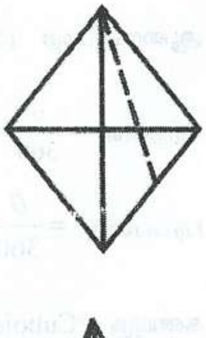
கூம்பகம். (Pyramid)

கூம்பகம் ஒன்றினது அடியானது யாதாயினும் ஒரு பல்கோணியாகும் ஏனைய முகங்கள் யாவும் முக்கோண வடிவுடையது.

செங்கூம்பகம் (Right Pyramid)

கூம்பகத்தின் பொது உச்சியை சந்திக்கும் விளிம்புகளின் நீளங்கள் சமன் எனின் அது செங் கூம்பகம் எனப்படும்.

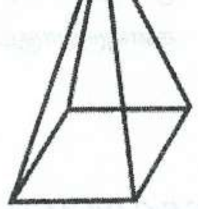
ஒழுங்கான நான்முகி (Regular Tetrahedron)



நான்கு சமபக்க முக்கோண வடிவமான மேற்றளத்தை கொண்ட திண்ம உருவம் ஒழுங்கான நான்முகி எனப்படும்.

மேற்பரப்பளவு	= 4 x ஒரு முக்கோணியின் பரப்பளவு
கனவளவு	= $\frac{1}{3}$ x அடியின் பரப்பளவு x உயரம்

சதுரச் செங் கூம்பகம். (Squuare Pyramid)

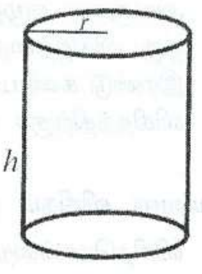


* இது ஐந்து மேற்றளங்களைக் கொண்ட திண்மமாகும்.

* ஒரு சதுரவடிவான மேற்றளமும் நான்கு முக்கோண வடிவ மேற்றளமும் கொண்டுள்ளது.

மேற்பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பு + 4 முக்கோணியின் பரப்பு
கனவளவு = $\frac{1}{3}$ x அடியின் பரப்பளவு x செங்குத்துயரம்

செவ்வட்ட உருளை. (Cylinder)



* இரு வட்ட வடிவான மேற்றளத்தையும் ஒரு வளைவான (செவ்வ) மேற்றளத்தையும் கொண்டிருக்கும்.

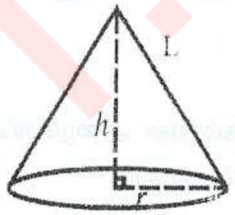
வளை மேற்பரப்பளவு	=	$2\pi rh$
மேற்பரப்பளவு	=	$2\pi r^2 + 2\pi rh$
கனவளவு	=	$\pi r^2 h$

செவ்வட்ட கூம்பு. (Cone)

வட்ட வடிவான அடிமையைக் கொண்டதும் உச்சி வட்டத்தின் மையத்துக்கு நிலைக்குத்தாக உள்ளதுமான கூம்பு செவ்வட்ட கூம்பு எனப்படும்.

* கூம்பானது ஒரு ஆரைச்சிறையையும் ஒரு வட்ட வடிவமான மேற்றளத்தையும் கொண்டிருக்கும்.
* கூம்பின் வளை மேற்பரப்பளவானது ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவுக்கு சமன்.
* கூம்பின் அடிவட்ட பரிதியானது ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளத்துக்கு சமன்.
* கூம்பின் சாய்வுயரம் ஆரைச்சிறையின் ஆரைக்கு சமன்.

வளை மேற்பரப்பளவு	=	πrL
மேற்பரப்பளவு	=	$\pi r^2 + \pi rL$
கனவளவு	=	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$

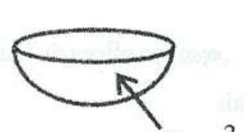


கோளம் (Sphere)

கேளமானது ஒரே ஒரு மேற்பரப்பளவினால் அடைக்கப்பட்ட திண்மமாகும்.

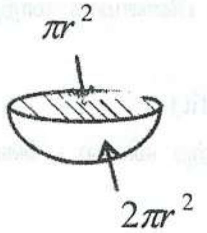
மேற்பரப்பளவு = $4\pi r^2$	கனவளவு = $\frac{4}{3}\pi r^3$

பொள்ளான (உள்ளீடற்ற) அரைக்கோளம்.



புறவளைபரப்பளவு = $2\pi r^2$	கனவளவு = $\frac{2}{3}\pi r^3$

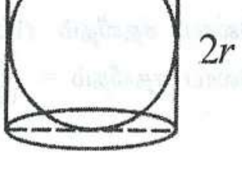
திண்ம அரை கோளம்



மேற்பரப்பளவு = $3\pi r^2$	கனவளவு = $\frac{2}{3}\pi r^3$

ஆக்கிமீடிஸ் சுற்றுருளை

r ஆரையுடைய கோளத்தின் மேற்பரப்பளவானது *r* ஆரையும் 2*r* உயரமும் உடைய செவ்வட்ட உருளையின் வளை மேற்பரப்பளவுக்கு சமன்.



உருளையின் வளை மேற்பரப்பு	=	$2\pi rh$
	=	$2\pi r \times 2r$
	=	$4\pi r^2$

விகிதம். (Ratio)

* ஒரே அலகிலுள்ள இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட கணியல்களுக்கு இடையிலான தொடர்பு விகிதமாகும்.
* விகிதங்கள் எப்போதும் எளிய முழு எண் வடிவில் எழுதப்பட வேண்டும்.
* அலகுகள் எழுதப்படுவதில்லை.
* ஒரு விகிதத்தைப் பின்னமாகவும் காட்டலாம்.
* இரண்டு கணியங்களுக்கிடையே உள்ள விகிதம் அதற்கு ஒத்த வேறு இரு கணியங்களுக்கிடையிலான விகிதத்திற்குச் சமன் ஆவதைக் காட்டும் கணித ரீதியான கூற்று **விகித சமன்** ஆகும்.

சமவலு விகிதம் (Equivalent Ratio)

* விகிதமொன்றை எண்ணொன்றால் பெருக்குவதால் அல்லது வகுப்பதனால் சமவலுவிகிதம் பெறப்படும்.

நேர் விகிதசமன்

ஒரு கணியத்தின் விகிதம் அதிகரிக்கும் போது மற்றைய கணியத்தின் விகிதம் அதிகரிக்குமாயின் அல்லது குறையும் போது குறையுமாயின் அது நேர் விகித சமன் எனப்படும்.

நேர்மாறு விகிதம். (Inverse Proportion)

ஒரு கணியத்தின் விகிதம் அதிகரிக்கும் போது மற்றை கணியத்தின் விகிதம் குறையுமாயின் அல்லது குறையும் போது அதிகரிக்குமாயின் அது நேர்மாறு விகிதம் எனப்படும்.

சதவீதம். (Perontage)

* சதவீதத்தை நூற்று வீதம் என அழைக்கப்படும்.
* சதவீதத்தின் குறியீடு % ஆகும்.
* % என்பதன் கருத்து நூறுக்கு $\left(\frac{1}{100}=1\%\right)$ குறிக்கின்றது.
* 3% என்பதன் கருத்து $\frac{3}{100}$ ஆகும்.

வீதம் (Rate)

வெவ்வேறான அலகுகளினால் காட்டப்பட்டுள்ள இரண்டு கணியங்களுக்கு இடையிலான தொடர்பு வீதம் எனப்படும்.

1) பின்னங்கள், தசம எண்களை சதவீதமாக மாற்றுவதற்கு 100 அல் பெருக்குதல் வேண்டும்.
2) சதவீதத்தை பின்னமாக மாற்றுதவற்கு 100 ஆல் வகுத்தல் வேண்டும்.

இலாபம் (Profit)

இலாபம் = விற்ற விலை - கொள்விலை

நட்டம் (Loss)

நட்டம் = கொள்விலை - விற்றவிலை.

இலாப சதவீதம் (Percentage Profit)

$$\text{இலாப சதவீதம்} = \frac{\text{இலாபம்}}{\text{கொள் விலை}} \times 100$$

நட்ட சதவீதம் (Percentage Loss)

$$\text{நட்ட சதவீதம்} = \frac{\text{நட்டம்}}{\text{கொள்விலை}} \times 100$$

குறித்தவிலை (Market Price)

$$\text{குறித்த விலை} = \frac{\text{கொள்விலை} \times (100+\text{இலாபவீதம்})}{100}$$

விற்றவிலை (Selling Price)

1) இலாபசதவீதத்தில் பொருள் விற்கப்படின் விற்றவிலை காணல்.

$$\text{விற்ற விலை} = \frac{\text{கொள்விலை} \times (100+\text{இலாபவீதம்})}{100}$$

2) நட்ட சதவீதத்தில் பொருள் விற்கப்படின் விற்றவிலை காணல்.

$$\text{விற்றவிலை} = \frac{\text{கொள் விலை} \times (100 - \text{நட்டவீதம்})}{100}$$

3) **கழிவு (Discount) வழங்கி பொருள் விற்கப்படின் விற்றவிலை காணல்.**

$$\text{விற்றவிலை} = \frac{\text{குறித்தவிலை} \times (100 - \text{கழிவுவீதம்})}{100}$$

கொள்விலை (Cost Price)

1) இலாப சதவீதத்தில் பொருள் விற்கப்படின் கொள்விலை காணல்.

$$\text{கொள்விலை} = \frac{\text{விற்றவிலை} \times 100}{(100+\text{இலாபவீதம்})}$$

2) நட்ட சதவீதத்தில் பொருள் விற்கப்படின் கொள்விலை காணல்.

$$\text{கொள்விலை} = \frac{\text{விற்றவிலை} \times 100}{(100 - \text{நட்டவீதம்})}$$

இறைவரி.

உள்ளூராட்சி மன்றத்தினால் வீடுகள், காணிகள் வியாபாரநிலையங்கள் என்பவற்றின் ஆண்டுப் பெறுமானத்தின் குறிப்பிட்ட சதவீதம் இறைவரியாக அறவிடப்படும்.

ஆண்டு பெறுமானமும் இறைவரிவீதமும் தரப்படும் போது ஒரு ஆண்டுவரி காணல்.

$$\text{ஒரு ஆண்டுவரி} = \frac{\text{ஆண்டுபெறுமானம்} \times \text{இறைவரிவீதம்}}{100}$$

$$\text{காலாண்டு வரி} = \frac{\text{ஒரு ஆண்டு வரி}}{4}$$

எளிய வட்டி (Simple Interst)

கடனாக பெற்ற பணத்திலும் பார்க்க மேலதிகமாக கொடுக்கப்படும் பணம் வட்டி எனப்படும்.

$$\text{வட்டி} = \text{முதல் x காலம் x } \frac{\text{வட்டிவீதம்}}{100}$$

மொத்தபணம் (Amount)

மொத்தபணம் = முதல் + வட்டி

கூட்டு வட்டி (Compound Interest)

குறித்த ஒரு காலமுடிவில், வட்டியை பெறாமால், அவ்வட்டியை முதலுடன் சேர்த்து மொத்தப்பணத்துக்கும் வட்டியைக் கணிக்கும் போது உண்மையில் வட்டிக்கு வட்டி அறவிடப்படுகிறது இவ்வாறு பெறப்படும் வட்டி கூட்டு வட்டி எனப்படும்.

$$\text{கூட்டுவட்டி} = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{t}$$

P = முதல் (Principal)
r = வட்டிவீதம் (Interest Rate)
t = காலம் (Time)

வாடகை கொள்வனவில் (Hire purehase)
தவணைக் கட்டணம் (Instalment Premium) காணல்

1) எஞ்சிகடன் பணம் = பெறுமதி - செலுத்தியபணம்.

2) $\text{ஒரு மாத கடன் பணம்} = \dfrac{\text{எஞ்சிய கடன்பணம்}}{\text{தவணைகள்}}$

3) $\text{ஒருமாத அலகுக்கான வட்டி} = \text{ஒருமாத கடன் பணம்} \times \dfrac{\text{மாதவட்டி வீதம்}}{100}$

4) $\text{மாத அலகுகளின் எண்கை} = \dfrac{n}{2}(n+1)$

5) மொத்த வட்டி = மாத அலகு எண்ணிக்கை x ஒருமாத அலகுக்கான வட்டி

6) $\text{தவணைக் கட்டணம்} = \dfrac{(\text{எஞ்சிய கடன்} + \text{மொத்தவட்டி})}{\text{தவணைகள்}}$

வாடகை கொள்வனவில் ஆண்டு வட்டி வீதம் காணல்

1) எஞ்சி கடன் பணம் = பெறுமதி - செலுத்திய பணம்

2) $\text{ஒருமாத கடன் பணம்} = \dfrac{\text{எஞ்சிய கடன்பணம்}}{\text{தவணைகள்}}$

3) $\text{மொத்த வட்டி} = \left(\text{தவணைக் கட்டணம்} - \text{ஒருமாத கடன் பணம்}\right) \times \text{தவணைகள்}$

4) $\text{மாத அலகுகளை எண்ணிக்கை} = \dfrac{n}{2}(n+1)$

5) $\text{ஒருமாத அலகுக்கான வட்டி} = \dfrac{\text{மொத்த வட்டி}}{\text{மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை.}}$

6) $\text{ஆண்டு வட்டி வீதம்} = \dfrac{\text{ஒருமாதஅலகுக்கானவட்டி}}{\text{ஒருமாதகடன்பணம்}} \times 100 \times 12$

அளவிடைப் படம்.

* பெரிய நிலங்களினது பரப்பளவினை அளவிடுவதற்கு அவற்றின் நீள, அகலங்களுக்கேற்ப அளவிடை பெறப்பட்டு வரையப்படும் படங்கள் அளவிடை படங்கள் எனப்படும்.

* அளவிடைப் படம் வரையும் போது அளவிடை இரண்டு முறைகளினால் குறிப்பிடலாம்.

1) விகிதமுறை

2) அளவுத்திட்டமுறை.

விகிதமுறை

1: 100000 என்பதன் கருத்து

1) $1cm \rightarrow 100000cm$

2) $1cm \rightarrow \frac{100000}{100} = 1000m$

3) $1cm \rightarrow \frac{100000}{100000} = 1km$

4) வகைகுறிப்பு பின்னம் $= \frac{1}{100000}$

அளவுத்திட்ட முறை

* 1cm இனால் 2km   * $1cm \rightarrow 2km$

* படத்தில் 1cm ஆனது உண்மையில் 2km தூரத்தை குறிக்கும்.

திசைகோள் (Bearing)

ஒரு குறித்த இடத்திலிருந்து வேறோர் இடத்தின் அமைவைக் காணும் போது வடக்கு திசையிலிருந்து நோக்கல் புள்ளியின் வலஞ்சுழிச் சுழற்சிக் கோணம் அதன் திசைகோள் எனப்படும.

திசைகோளின் பண்புகள்

1) சுழற்சி வடக்குத் திசையிலிருந்து அளக்கப்படும்.

2) சுழற்சி எப்போதும் வலஞ்சுழியாக அளக்கப்படும்.

3) சுழற்சிக்கோணம் மூன்று இலக்கங்களினால் எடுத்துரைக்கப்படும்

4) சுழற்சி கிடைத்தளம் ஒன்றில் இடம்பெறும்.

Note: திசைகோளை அளப்பதற்கு கோளமானி என்னும் உபகரணம் பயன்படுத்தப்படும்.

ஏற்றக்கோணம் (Angle of Elevation)

கண்மட்டத்துக்கு மேலேயுள்ள யாதாயினுமொரு பொருளைப் பார்க்கும் போது அவதானியின் கண்மட்டத்துக்கு (கிடைக் கோட்டுக்கும்) பொருளை பார்க்கும் பார்வை கோட்டுக்கும் இடையே உள்ள கோணம் ஏற்றக்கோணம் எனப்படும்.

இறக்கக்கோணம் (Angle of Depression)

கண்மட்டத்துக்கு கீழே அமைத்துள்ள யாதாயினுமொரு பொருளைப் பார்க்கும் போது அதவானியின் கண்மட்டத்துக்கும் (கிடைக்கோட்டுக்கும்) பொருளை பார்க்கும் பார்வைக் கோட்டுக்கும் இடையிலுள்ள கோணம் இறக்கக் கோணம் எனப்படும்.

VMCT.LK

Note: ஏற்றக்கோணம், இறக்க கோணத்தை அளப்பதற்கு சாய்வுமானி (Clinometter) பயன்படுத்தபடும்.

திரிகோண கணிதம் (Trignometry)

* திரிகோண கணித விகிதமானது *Sin cos, tan* என்பனவற்றை அடிப்படையாக கொண்டதாகும்.

$Sin\theta = \frac{\text{எதிர் பக் கம்}}{\text{செம் பகம்}}$ => $\frac{\text{என் னை}}{\text{செத் துப் போக}}$

$Cos\theta = \frac{\text{அயற் பக் கம்}}{\text{செம் பக் கம்}}$ => $\frac{\text{அடிப் பவர்}}{\text{செருப் பால்}}$

$\tan\theta = \frac{\text{எதிர் பக் கம்}}{\text{அயற் பக் கம்}}$ => $\frac{\text{எவராயினும்}}{\text{அடிப் பேன்}}$

sin,cos தொடர்பு

$Sin\theta = \cos(90-\theta)$

$Cos\theta = Sin(90-\theta)$

sin,cos,tan தொடர்பு

$tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta}$

தெரிந்திருக்க வேண்டிய கோணங்கள்

விகிதம் \ கோணம்	30^0	45^0	60^0
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

நிகழ்தகவு (Probability)

* சம்பவம் ஒன்று நடைபெறுவதற்கான அல்லது நடைபெறாமைகான இயல் தகவு நிகழ்தகவு எனப்படும்.

* இயல் தகவிற்கேற்ப நிகழ்வுகளை மூன்று வகைப்படுத்தலாம்.

1) நிச்சயமாக நடக்கும்.

2) எப்போதுமே நடக்காது.

3) சிலவேளைகளில் நடக்கும்.

WMCT.LK

எழுமாற்று பரிசோதனையின் பண்புகள். (Random experiments)

1) கிடைக்க கூடிய சகல பேறுகளையும் முன்னரே அறிந்திருத்தல்.

2) பேறுகளைச் சந்தேகத்துக்கிடமின்றி கூற முடியாமை.

3) பரிசோதனையை மீண்டும் மீண்டும் செய்யக் கூடியதாக இருப்பது.

4) மீண்டும் மீண்டும் செய்தாலும் பேறுகளில் ஏதேனும் கோலமொன்று காணப்படாமை.

மாதிரிவெளி (Sample space)

ஒரு பரிசோதனையில் கிடைக்கதக்க சகல பேறுகளும் உள்ளடக்கிய தொடையானது அப்பரிசோதனையின் மாதிரிவெளி எனப்படும்.

நிகழ்ச்சி (Event)

* மாதிரி வெளியின் தொடைப்பிரிவு நிகழ்ச்சி எனப்படும்.
* நிகழ்சிகள் இருவகைப்படும்.
  1) எளிய நிகழ்ச்சி
  2) கூட்டு நிகழ்ச்சி

எளிய நிகழ்ச்சிகள் (Simple Events)

ஒரு பேறு மாத்திரம் உள்ள நிகழ்ச்சிகள் எளிய நிகழ்ச்சியாகும்.

கூட:டு நிகழ்ச்சிகள் (Compound Events)

ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பேறுகளை கொண்ட நிகழ்ச்சிகள் கூட்டு நிகழ்ச்சியாகும்.

சம நேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள். (Equally Likely events)

சமனான இயல் தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள் சம நேர் தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.

நிகழ்தகவு பெறுமானம்

1) எப்போதும் நடக்காத நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு பெறுமானம் 0 ஆகும்.

2) நிச்சயமாக நடக்கும் நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு பெறுமானம் 1 ஆகும்.

3) சில வேளையில் நடக்கும் நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு பெறுமானம் 0 க்கும் 1 இக்கும் இடைப்பட்டது.

ஒரு நிகழ்சியின் நிகழ் தகவு = (நிகழ் சியின் மூலகங் களின் எண் ணிக் கை.) / (மாதிரி வெளியின் மூலகங் களின் எண் ணிக் கை)

இரண்டு நிகழ்சிகளின் இடைவெட்டும் ஒன்றிப்பும்.

* A, B என்பன இரு இடைவெட்டும் நிகழ்ச்சிகள் எனின் $P(A \cup B)$ காணுவதற்கான சூத்திரம்.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

WMCT.LK

தம்முள் புற நீக்கும் நிகழ்சிகள். (Mutually exelusive)

* இரண்டு நிகழ்சிகள் ஒரே தடவையில் இடம் பெறாவிடின் அவை தம்முள் புறநிங்கும் நிகழ்சிகள் ஆகும்.

* Aயும் Bயும தம்முள் புறநிங்கும் நிகழ்சிகள் எனின் $A \cup B$ கானுவதற்கான சூத்திரம்.

$$A \cup B = P(A) + P(B)$$

* $A \cap B = \phi$ (பொதுவான மூலகம் இல்லை)

சாரா நிகழ்ச்சிகள் (Indepedent events)

ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு வேறொரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவினமீது தாக்கத்தை ஏற்படுத்தாது எனின் இரண்டு நிகழ்சிகளும் சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

* A,B என்பன சார நிகழ்சிகள் எனின்.

$$P(A \cap B) = P(A).\ P(B)$$

சார் நிகழ்சிகள் (Dependent Events)

ஒரு நிகழ்ச்சி நடை பெறுகின்றமை அல்லது நடைபெறாமை வேறொரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுகின்றமை அல்லது நடைபெறாமையில் தாக்கம் செலுத்துமெனின் அவ்விரு நிகழ்ச்சிகளும் சார் நிகழ்சிகள் ஆகும்.

நிரப்பி நிகழ்ச்சி (Complement Event)

A இன் நிரப்பி நிகழ்ச்சி A\` எனின் P(A\`) காணுவதற்கான சூத்திரம்

$$P(A') = 1 - P(A)$$

நிகழ்தகவினை காணும் முறைகள்

1) மாதிரிவெளி (Sample Space)
2) நெய்யரி (Grid)
3) மரவரிப்படம் (Tree Diagram)

தரவுகளை வகைகுறித்தல்.

தரவு (Data)

* ஆய்வு ஒன்றின் போது எடுக்கப்படும் தகவல் தரவு எனப்படும்.
* தரவுகள் இருவகைப்படும்.
  1) பின்னகமான தரவுகள்
  2) தொடரான தரவுகள்.

பின்னமான தரவுகள் (Discreate Data)

முழுவெண் பெறுமானத்தை மாத்திரம் கொண்டிருக்கும் தரவுகள் பின்னகமான தரவுகள் எனப்படும்.

தொடரான தரவுகள் (Continuous Data)

முழுவெண் பெறுமானங்களை மாத்திரமின்றி யாதாயினும் ஒரு வீச்சுக்குள் எந்தவொரு பெறுமானத்தையும் எடுக்கதக்க தரவுகள் தொடரான தரவுகள் எனப்படும்.

ஈட்டுகள் (Scores)

கூட்டமாக்கப்படாத எண்பரம்பல் (தரவு தொகுதி) ஈட்டுகள் எனப்படும்.

வீச்சு (Range)

எண்பரம்பல் ஒன்றில் கூடிய பெறுமானத்துக்கும் குறைந்த பெறுமானத்துக்கு இடையிலான வித்தியாசம் வீச்சு எனப்படும்.

வீச்சு = கூடிய பெறுமானம் - குறைந்த பெறுமானம்

மீடிறன் (Frequency)

ஒரு ஈட்டு தோன்றும் தடவைகளை எண்ணிக்கை மீடிறன் எனப்படும்.

வகுப்பாயிடை

கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவு தொகுதி வகுப்பாயிடை எனப்படும்.

வகுப்பின் எல்லை

கருதப்படும் வகுப்பாயிடையின் குறைந்த பெறுமானம் கீழ் எல்லை எனவும் உயர்ந்த பெறுமானம் மேல் எல்லை எனவும் அழைக்கப்படும்.

வகுப்பாயிடையின் பருமன்

கருதப்படும் வகுப்பாயிடையில் உள்ள ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கை வகுப்பாயிடையின் பருமன் எனப்படும்.

வகுப்பாயிடையின் பருமன் = மே.எ - கீ.எ + 1

நடுப்பெறுமானம் (Mid Value)

வகுப்பாயிடையின் கீழ் எல்லையையும் மேல் எல்லையையும் கூட்டி 2 ஆல் வகுப்பதன் மூலம் நடுப்பெறுமானம் பெறப்படும்.

$$\text{நடுபெறுமானம்} = \frac{\text{கீ.எ} + \text{மே.எ}}{2}$$

வகைகுறிப்பு பெறுமானம் (Representation Value)

ஆகாரம், இடையம், இடை என்பன பரவலாக உபயோகிக்கப்படும் வகைகுறிப்பு பெறுமானங்கள் ஆகும்.

ஆகாரம் (Mode)

1) எண்பரம்பலில் அதிக தடவை தோன்றும் ஈட்டு ஆகாரம் எனப்படும்.
2) கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலில் கூடிய மீடிறனுக்கு ஒத்த ஈட்டு ஆகாரம் எனப்படும்.

ஆகாரவகுப்பு

கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலில் கூடிய மீடிறனுக்கு ஒத்த வகுப்பாயிடை ஆகார வகுப்பு எனப்படும்.

இடையம் (Median)

1) ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் காணப்படும் எண்பரம்பலில் சரி நடுவில் உள்ள ஈட்டு இடையம் எனப்படும்.

$$\text{இடைய அமைவிடம்} = \left(\frac{n+1}{2}\right)$$

VMCT.LK

2) கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலில் மொத்த மீடிறனின் சரி மத்தியில் அமைந்துள்ள ஈட்டு இடையமாகும்.

$$\text{இடைய அமைவிடம்} = \frac{\text{மொத்த மீடிறன்}}{2}$$

இடைய வகுப்பு

$$\text{இடைய வகுப்பின் அமைவிடம்} = \frac{\text{மொத்த மீடிறன்}}{2}$$

இடை (Mean)

1) ஈட்டுக்களின் கூட்டுத்தொகையை அவற்றின் எண்ணிக்கையால் வகுப்பதன் மூலம் இடை பெறப்படும்.

$$\text{இடை} = \frac{\text{ஈட்டுகளின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

2) நடுப்பெறுமானத்தை கொண்டு இடைகாணல்.

$$\text{இடை} = \frac{\sum Fx}{\sum F}$$

3) எடுகொண்ட இடையை கொண்டு இடை காணல்.

$$\text{இடை} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F}$$

விலகல்

விலகல் = நடுபெறுமானம் - எடுகொண்ட இடை

வலையுரு வரையம் (Histogram)

* ஒவ்வொரு வகுப்பின் மீடிறனுக்கு விகித சமமான பரப்பளவு கொண்டதும் ஒன்றுடன் ஒன்று இணைந்து அமைந்துள்ள செவ்வகப் பகுதியைக் காட்டும் வரைபு வலையுரு வரையம் எனப்படும்.
* வலையுரு வரையத்தில் நிரல்களுக்கிடையில் இடைவெளி விடப்படுவதில்லை. இதற்கான காரணம் தொடர் மாறிகளுக்கு இவ்வரைபு வரையப்படுவதால்.
* வலையுரு வரையத்தில் நிரல்களின் பரப்பளவிற்கு மீடிறனானது விகித சமமாகும்.
* வலையுரு வரையத்தில் x, y அச்சுக்களில் குறிக்கப்படுபவை

  x அச்சில் - வகுப்பாயிடை

  y அச்சில் - மீடிறன்

மீடிறன் பல்கோணி (Frequeney Polygon)

* ஒரு நேர் கோட்டினால் அடைக்கப்பட்ட மூடிய தளவுரு மீடிறன் பல்கோணி ஆகும்.
* மீடிறன் பல்கோணியில் ஒரு புயம் கிடையச்சு (xஅச்சி) ஆகும்.
* மீடிறன் பல்கோணியால் அடைக்கப்பட்ட பரப்பளவு வலையுரு வரையத்தின் செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்கு சமன்.
* மீடிறன் பல்கோணி x,y அச்சில் குறிப்பவை

  x அச்சில் - வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானம் (சம அளவு வகுப்பு)

  y அச்சில் - மீடிறன்

Note: வலையுரு வரையம் மூலம் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றின் ஆகார பெறுமானத்தை காணலாம்.

WMCT.LK

காலணைகள்

* காலணைகள் மூன்று வகைப்படும்.

  1) 1ம் காலணை (Q_1) இன் அமைவிடம் $= \frac{n+1}{4}$

  2) இடையம் (Q_2) இன் அமைவிடம் $= \frac{n+1}{2}$

  3) 3ம் காலணை (Q_3) இன் அமைவிடம் $= \frac{3(n+1)}{4}$

* மீடிறனின் கூட்டுத்தொகை 40 இலும் அதிகம் எனின்.

  1) Q_1 இன் அமைவிடம் $= \frac{n}{4}$

  2) Q_2 இன் அமைவிடம் $= \frac{n}{2}$

  3) Q_3 இன் அமைவிடம் $= \frac{3n}{4}$

காலணை இடைவீச்சு (Inter - quartile range)

மூன்றாம் காலணைக்கும் முதலாம் காலணைக்கும் இடையிலான வித்தியாசம் காலணை இடைவீச்சை தரும்.

காலணை இடைவீச்சு $= Q_3 - Q_1$

திரன் மீடிறன் வளையி. (Cumulative Frequency)

* திரன் மீடிறன் வளையி x,y அச்சில் குறிக்கப்படுபவை.

x அச்சு - வகுப்பாயிடையின் மேல் எல்லை

y - அச்சு - திரள் மீடிறன்.

* திரள் மீடிறன் வளையி மூலம் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றின் இடையத்தின் பெறுமானத்தை காணலாம்.

பைவரைபு / வட்டவரைபு (Pic chart)

* தரப்படும் தரவுகளை ஆரைச்சிறையின் கோணங்களாக எடுத்து வரையப்படும் வரைபு பை வரைபு எனப்படும்.
* ஒரு வட்டத்தின் மையத்துடன் அமைக்கும் கோணங்களை கூட்டுத் தொகை 360^0 ஆகும்.

தொடைகள் (Sets)

நன்கு வரை அறுக்க கூடிய பொருட்கள் அல்லது எண்களின் கூட்டம் தொடை எனப்படும்.

உதாரணம்: A = {ஆங்கில உயிர் எழுத்துக்கள்}

B = {இரட்டை எண்கள்}

தொடை அல்லாதவை (Non Sets)

சிறப்பம்சம் கொண்டவை தொடைகளாக கருதப்படுவதில்லை.

உதாரணம்: 1. பணக்காரர்கள்

2. ஏழைகள்

3. அழகானவர்கள்

தொடை ஒன்றை எழுதும் போது கவனிக்க வேண்டியவை.

1) இரட்டை அடைப்பு உபயோகிக்க வேண்டும்.

2) ஆங்கில பெரிய எழுத்தினால் பெயரிட வேண்டும்.

3) மூலகங்களை வேறுபடுத்தி காட்டுவதற்கு (,) குறியீடு இடப்படல் வேண்டும்.

4) ஒரு மூலகம் ஒரு தடவை மட்டும் எழுதுதல் வேண்டும்.

தொடையை காட்டக் கூடிய முறைகள்

1) மூலகங்களை விபரித்து எழுதுதல்.

A = {1இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள இரட்டை எண்கள்}

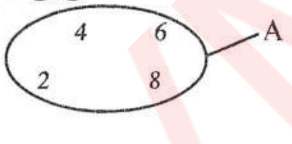
2) மூலகங்களைக் காட்டுதல்

A = {2,4,6,8}

3) பிறப்பாக்கி வடிவில் எழுதுதல்

A = {x, $1 < x < 10$, இரட்டை எண்}

4) வென்னுருவில் காட்டல்



தொடைமொழிகள் அல்லது தொடை குறியீடுகள்

1) $\in$ = மூலகம்

2) $\notin$ = மூலகமன்று

3) {} அல்லது ϕ = வெறுந்தொடை அல்லது சூனியத்தொடை

4) $\subset$ = உபதொடை அல்லது தொடைப்பரிவு

5) $\not\subset$ = உபதொடை அன்று

6) $\cap$ = இடைவெட்டு தொடை

7) $\cup$ = ஒன்றிப்பு தொடை

8) $=$ = சமதொடை

9) $\sim$ = சமவலுத் தொடை

10) ε = அகலத் தொடை

11) A^1 = A நிரப்பி

12) n(A) = A இன் முதலிமை

VMCT.LK

மூலகம் (Element)

கருதப்படும் தொடைகளில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்புகளும் அத்தொடையின் ஒரு மூலகமாகும்.

உதாரணம்: A = {10 இலும் குறைந்த சதுர எண்கள்}

* $A = \{1,4,9\}$
* $1 \in A \Rightarrow 1$ ஆனது தொடை A இன் ஒரு மூலகம்
* $4 \in A \Rightarrow 4$ஆனது தொடை A இன் ஒரு மூலகம்
* $9 \in A \Rightarrow 9$ஆனது தொடை A இன் ஒரு மூலகம்
* $10 \notin A \Rightarrow 10$ஆனது தொடை A இன் ஒரு மூலகம்

மூலகமன்று (Non Element)

கருதப்படும் தொடையில் காணப்படாத உறுப்பு அத்தொடையின் மூலகமன்று.

முதலிமை

ஒரு தொடையில் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை முதலிமை எனப்படும்.

உதாரணம்: P = {Colombo என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்கள்}

* P = {c,o,l,m,b}
* P இன் முதலிமை n(P)=5

முடிவுள்ள தொடை (Finite sets)

ஒரு தொடையில் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கையை எழுத முடியும் எனின் அது முடிவுள்ள தொடை எனப்படும்.

உதாரணம்:

1) B = {வானவில்லில் உள்ள நிறங்கள்}

B = {ஊதா,கருநீலம்,நீலம்,பச்சை,மஞ்சள்,செம்மஞ்சள்,சிவப்பு}

* n(B) = 7

2) B = {உரோம எண் குறியீட்டில் உள்ள இலக்கங்கள்}

* B = {I,V,X,L,C,D,M}
* n(B) = 7

முடிவிலித்தொடை (Infinite Sets)

ஒரு தொடையில் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கையை வரை அறுத்து எழுத முடியாது எனின் அது முடிவிலித் தொடை ஆகும்.

உதாரணம்: 1) A = {இரட்டை எண்கள்}

B = {முதன்மை எண்களா

C = {அண்ட வெளியில் உள்ள கோள்கள்}

சூனியத் தொடை (Null set)

மூலகம் எதையுமே கொண்டிராத தொடை சூனியத் தொடை எனப்படும்.

உதாரணம்: 1) P = {1 இலும் குறைந்த சதுர எண்கள்}

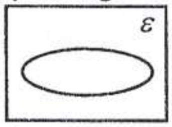
2) Q = {4 இனும் குறைந்த 5 இன் மடங்குகள்}

3) R = {இலங்கையில் உள்ள 5m உயரமான மனிதர்கள்}

VMCT.LK

வென்வரிப்படம்

ஒரு தொடையை மூடிய உருவம் ஒன்றினுள் காட்டலாம் என முதலில் ஜோன் வென் என்பவர் கூறினார் என்பதன் இது வென் வரிப்படம் என அழைக்கப்படுகின்றது.



* செவ்வகம் குறிப்பது - அகிலத்தொடையை

* வட்டம் குறிப்பது - தொடையை

அகிலத் தொடை

பல தொடையின் மூலகங்கள் இடம்பெறும் பெரிய தொடை அகிலத்தொடை எனப்படும்.

உதாரணம்: A = {இரட்டை எண்கள்}

B = {ஒற்றை எண்கள்}

C = {முதன்மை எண்கள்} என்பதைக் குறிக்கும் அகிலத்தொடை

ε = {நிறைவெண்கள்}

நிரப்பி தொடை (Complement Sets)

கருதப்படும் தொடையில் காணப்படாத அகிலத் தொடையை உள்ள மூலகங்கள் அத்தொடையின் நிரப்பி ஆகும்.

உதாரணம்: ε = {1,2,3,4,5,6,7,8}

A = {2,4,6} ஆயின்

A^1={1,3,5,7,8}

தொடைகளின் இடைவெட்டு (Intersection sets)

கருதப்படும் தொடைகளில் உள்ள பொதுவான மூலகங்கள் இடைவெட்டு தொடையினுள் அடங்கும்.

உதாரணம்: A = {1,2,4,5,7,8}

B = {1,3,4,9} ஆயின்

$A \cap B$ = {1,4}

தொடைகளின் ஒன்றிப்பு (Union sets)

கருதப்படும் தொடைகளில் உள்ள மூலகங்களின் சேர்மானம் ஒன்றிப்பு தொடை ஆகும்.

உதாரணம்: A = {1,2,4,5,7,8}

B = {1,3,4,9}

$A \cup B$ = {1,2,3,4,5,7,8,9}

உபதொடை (Subset)

A,B என்னும் தொடைகளை கருதும்போது A இல் காணப்படும் முழுமூலகமும் B இனுள் காணப்படுமாயின் தொடை A ஆனது B இன் உபதொடை ஆகும்.

உதாரணம்: A = {1,2,3}

B = {1,2,3,4,5}

$A \subset B$

Note: * எல்லாத் தொடைகளும் அகிலத்தொடையின் ஒரு தொடைப்பிரிவாகும்.

* எல்லா தொடைகளும் தனக்குத்தானே தொடைப்பிரிவாகும்.
* சூனியத் தொடை எந்த ஒரு தொடையினதும் தொடைப்பிரிவாகும்.
* ஒரு தொடைக்கான தொடைப்பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையைக் காணுவதற்கு 2^n என்னும் வாய்ப்பாடு பயன்படுத்தப்படும்.
* முறைமையான தொடைப்பிரிவு என்னும் போது தரப்பட்ட தொடையையும் வெறுந்தொடையையும் கருதக்கூடாது.

சமதொடை (Equal sets)

இரு தொடைகளில் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை சமன் எனின் அவை சம தொடைகளாகும்.

உதாரணம்: A = {a, b, c}

B = {a, b, c}

A = B (Aயும் Bயும் சமதொடைகளாகும்.)

Note: $A \subset B$ ஆகவும் $B \subset A$ ஆகவும் இருப்பின் A யும் Bயும் சம தொடைகளாகும்.

சமவலுத்தொடை (Equixalent sets)

இரு தொடைகளில் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை சமன் எனின் அவை சமவலுத்தொடைகளாகும்.

உதாரணம்:

A = {1,4,9,10} → n(A)=4

B = {2,3,5,7} → n(B)=4

A~B (Aயும் Bயும் சமவலுத்தொடைகள்.)

Note: சம தொடைகள் இரண்டும் சமவலுத் தொடைகளாகும். ஆனால் சமவலுத் தொடைகள் இரண்டும் சமதொடை அன்று.

மூட்டற்ற தொடை (Disjoint sets)

கருதப்படும் இரு தொடைகளிலும் பொதுவான மூலகங்கள் காணப்படாவிடின் அவை மூட்டற்ற தொடைகளாகும்.

உதாரணம்: A = {1,4,9}

B = {2,3,5,7}

$A \cap B = \phi$ (Aயும் Bயும் மூட்டற்ற தொடைகள்)

Note: 1) தொடைகள் Aயும் Bயும் இடைவெட்டும் தொடைகள் எனின் $n(A \cup B)$ காணுவதற்கான சூத்திரம்.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

2) தொடைகள் Aயும் Bயும் மூட்டற்ற தொடைகள் எனின் $(A \cup B)$ காணுவதற்கான சூத்திரம்

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

3) Aஇன் நிரப்பி தொடை A^1 எனின் $n(\varepsilon)$ காணுவதற்கான சூத்திரம்.

$$n(\varepsilon) = n(A) + n(A^1)$$

VMCT.LK

தாயங்கள் (Materices)

மூலகங்களை நிரைகள், நிரல்கள் வடிவில் வளைந்த அடைப்புக்குள் அமைக்கப்பட்ட ஓர் எண் கூட்டம் தாயம் எனப்படும்.

தாயத்தின் நடத்தை

1) மூலகங்கள் வளைந்த அடைப்புகுள் எழுதப்படும்.

2) மூலகங்கள் எண்கள் வடிவிலும் அட்சரகணித குறியீடு அல்லது கோவை வடிவிலும் இருக்கும்.

3) ஆங்கில பெரிய எழுத்தினால் பெயரிடப்படும்.

4) அலகு தாயம் மட்டும் I என்னும் ஆங்கில எழுத்தால் பெயரிடப்படும்.

5) அட்சர கணித குறியீடுகள் ஆங்கில சிறிய எழுத்தினால் குறிக்கப்படும்.

தாயத்தின் வரிசை (Order of Matrix)

நிரைகளினதும் நிரல்களின் பெருக்கத்தால் தாயத்தின் வரிசை எழுதப்படும்.

தாயத்தின் வகைகள்

1) நிரைத்தாயம் 2) நிரல் தாயம்

3) பூச்சியத்தாயம் 4) சதுரத்தாயம்

5) அலகுத்தாயம் 6) சமச்சீர்தாயம்

நிரைத்தாயம் (Row Matrix)

ஒரு தாயம் மாத்திரம் உள்ள தாயம் நிரைத்தாயம் எனப்படும்.

$A = (1 \;\; 4 \;\; 8)_{1\times 3}$

நிரல் தாயம் (Columu Matrix)

ஒரு நிரல் மாத்திரம் உள்ள தாயம் நிரல் தாயம் எனப்படும்.

$$B = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}_{2\times 1}$$

பூச்சியத்தாயம் அல்லது வெறும் தாயம் (Zero Matrix)

எல்லாமூலகமும் பூச்சியமாக உள்ள தாயம் பூச்சியத்தாயம் எனப்படும்.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

சதுரத் தாயம் (Square of a Matrix)

நிரைகளினதும் நிரைகளினதும் எண்ணிக்கை சமனான தாயம் சதுரத்தாயம் எனப்படும்.

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

பிரதான மூலைவிட்டம் / எளிதாக மூலைவிட்டம்

சதுரத்தாயம் ஒன்றின் இடது பக்க மேல்மூலையிலிருந்து வலது பக்க கீழ் மூலை வரையுள்ள மூலகத் தொகுதி பிரதான மூலைவிட்டம் எனப்படும்.

VMCT.LK

$$E = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$ ← பிரதான மூலைவட்டம்

அலகுத்தாயம் (Unit Matrix)
சதுரத்தாய மொன்றின் பிரதான மூலைவிட்டத்தில் மூலகம் 1 உம் ஏனைய மூலகங்கள் பூச்சியம் எனின் அவை அலகுத் தாயம் எனப்படும்.

$$I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3\times3}$$

சமச்சீர்தாயம் (Symmetric Matrix)
சதுரத் தாயமொன்றின் பிரதான மூலைவிட்டத்தை சுற்றி சமனான மூலகங்களைச் சமச்சீராக கொண்டுள்ள தாயங்கள் சமச்சீர்த் தாயம் எனப்படும்.

$$M = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 5 \\ 4 & 0 & 3 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times3} \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{2\times2}$$

Note: அலகுத் தாயங்கள் யாவும் சமச்சீர்த் தாயங்கள் ஆகும்.

சமதன்மைதாயம் (சமதாயம்)
* வரிசைகள் சமனாகவுள்ள இரண்டு தாயத்தில் ஒத்த மூலகங்கள் சமனாகும் போது அத்தாயங்கள் இரண்டும் சமதன்மை தாயம் எனப்படும்.

$$\begin{pmatrix} 4 & a \\ 3 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 2 \\ y & 5 \end{pmatrix} \qquad a = 2 \quad x = 4 \qquad b = 5 \quad y = 3$$

தாயங்களை கூட்டல், கழித்தல்
* இரண்டு தாயங்களை கூட்ட அல்ல கழிக்க வேண்டுமாயின் அவற்றின் வரிசைகள் சமமாக இருத்தல் வேண்டும்.

* ஒரு தாயத்தை ஓர் நிறைவெண்ணால் பெருக்கும் போது அதன் சகல மூலகங்களையும் அந்த நிறைவெண்ணால் பெருக்க வேண்டும்.

1) கதி $= \dfrac{\text{தூரம்}}{\text{நேரம்}}$

2) சராசரி கதி $= \dfrac{\text{மொத்த தூரம்}}{\text{மொத்த நேரம்}}$

3) தூர நேரவரைபின் படித்திறன் = இயங்கும் பொருளை கதி

4) நீர் பாய்ந்துவரும் வீதம் $= \dfrac{\text{கனவளவு}}{\text{நேரம்}}$

5) மனித நாட்கள் (வேலையின் அளவு) = மனிதன் x நாட்கள்

6) மனித மணித்தியாலம் = மனிதன் x மணித்தியாலயம்

அலகுகளுக்கிடையிலான தொடர்பு

திணிவு (Mass)
* 1 கிராம் (g) = 1000 மில்லிகிராம் (mg)
* 1 கிலோகிராம் (kg) = 1000 கிராம் (g)
* 1 மெற்றி தொன் (t) = 1000 கிலோகிராம்(kg)

நீளம்
* 1 சென்ரிமீற்றர் (cm) = 10 மில்லிமீற்றர் (mm)
* 1 மீற்றர் (m) = 100 சென்ரிமீற்றர் (cm)
* 1 கிலோமீற்றர் (km) = 1000 மீற்றர் (m)

நேரம்
* 1 நிமிடம் (min) = 60 செக்கன் (s)
* 1 மணித்தியாலம் (h) = 60 நிமிடம் (min)
* 1 மணித்தியாலம் (h) = 3600 செக்கன் (s)

திரவ அளவீடு
* 1 மில்லி லீற்றர் (ml) = 1கன சென்றிமீற்றர் (cm^3/cc)
* 1 லீற்றர் (L) = 1000 மில்லி லீற்றர் (ml)
* 1 கன மீற்றர் (m^3) = 1000 லீற்றர் (L)
* 1 கிலோ லீற்றர் (kl) = 1000 லீற்றர் (L)

"இன்" பற்றிய விளக்கம்.
இன் என்பதால் பெருக்கல் என்பது கருத்தாகாது. பெருக்கலை சம பகுதிகளாக வகுத்து அவற்றுள் சில பகுதிகளை எடுத்தல் என்பதே இதன் கருத்தாகும். எனினும் இன் இற்குப் பதிலாக x இட்டாலும் ஒரே பெறுமானம் கிடைக்கும்.

திண்ம உருவங்களுக்கு ஓயிலரின் தொர்பு

உச்சிகளின் எண்ணிக்கை	+ முகங்களின் எண்ணிக்கை	= விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	+ 2

ஒரு எண்ணை நான்கு நிறைவர்க்க எண்களாக கூட்டல்

பியரேடி பர்மட் (Pierre de fermat) என்னும் கணிதவியலாளர் ஓர் எண்ணை நான்கு நிறைவர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகையாக காட்டலாம் என கூறினார்.

$$13^2 = 2^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2$$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?
ஒன்றுகொன்று வித்தியாசமான இரண்டு இலக்கங்களைக் கொண்டு ஆக்கப்படும் மிகப்பெரிய எண்ணிலிருந்து மிகச்சிறிய எண்ணைக் கழிக்கும் போது பெறும் விடையின் இலக்கச் சுட்டி 9 ஆகும்.

6, 2 ஆகிய இலக்கங்கள் இரண்டையும் எடுத்துக் கொள்வோம்.

மிகப்பெரிய எண் = 62
மிகச்சிறிய எண் = 26
வித்தியாசம் = 36 இலக்கச்சுட்டி = 3 + 6 = 9

குறிப்புகள்

1) எண்களுடன் வரும் +,- குறியீடுகளை நேர், மறை எனவும் கூட்டலையும் கழித்தலையும் குறிக்கும் +,- குறியீடுகளை சக, சய எனவும் பிரயோகிக்க வேண்டும்.

2) எண்களுடன் - குறியீடு வரும் போது எப்போதும் அதனை அடைப்புக்குள் எழுதுவது சிறந்தது.

3) (-9)+3=(-6) வாசிக்கும்முறை
மறை ஒன்பது சக நேர்மூன்று சமன் மறை ஆறு.

எண் ஒன்றை 9 ஆலும் 99 ஆலும் இலகுவாக பெருக்கும் முறை.

1) 18 x 9 = 180 - 18 = 162
எண் ஒன்றை 9 ஆல் பெருக்குவதற்கு அதனை 10 ஆல் பெருக்கி அவ் எண்ணை 1 தடவை கழிக்க.

2) 85 x 99 = 8500 - 85 = 8415
எண் ஒன்றை 99 ஆல் பெருக்குவதற்கு அதனை 100 ஆல் பெருக்கி அவ்வெண்ணை 1 தடவை கழிக்க.

ஒன்றினிடத்தில் 5 உள்ள எண் ஒன்றை வர்க்கித்தல்.

1) $35^2 = 1225$
* கடைசி இலக்கம் 5 ஐ வர்கித்து 25ஐ எழுதுக.
* அதன் முன்னால் 3x(3+1) ஐ அதாவது 12 எழுதுதல்.

2) $125^2 = 15625$
* கடைசி இலக்கம் 5ஐ வர்க்கித்து 25 எழுதுக.
* அதன் முன்னால் 12x(12+1) ஐ அதாவது 156ஐ எழுதுதல்

பாசுகால் முக்கோணி (Pascal Triangle)

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

சர்வதேச எண் குறியீட்டு முறை

1	ஒன்று
10	பத்து
100	நூறு
1000	ஆயிரம்
10 000	பத்தாயிரம்
100 000	நூறாயிரம் (இலட்சம்)
1 000 000	மில்லியன்
10 000 000	பத்து மில்லியன் (கோடி)
100 000 000	நூறு மில்லியன்
1 000 000 000	பில்லியன்
10 000 000 000	பத்து பில்லியன்
100 000 000 000	நூறு பில்லியன்
1 000 000 000 000	திரில்லியன்

VMCT.LK