

* நிரைதாயம் * நிரல்தாயம் * சதுரத்தாயம் * பூச்சியத்தாயம்

$$(3 \ 6 \ 8) \qquad \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

* அலகுத்தாயம் * சமச்சீர்தாயம் * சமதன்மைதாயம்

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} a=1 \\ x=1 \end{matrix}$$

1) பின்வரும் தாயங்களை சுருக்குக.

(i) $(-2 \ 2 \ 4) + (6 \ -1, \ -3)$ (ii) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

(iii) $4 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ (iv) $-2 \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ (v) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 2m = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ ஆக இருக்குமாறு தாயம் m ஐ காண்க.

3) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $2A + B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ எனின் தாயம் B யை அதன் மூலகங்களுடன் எழுதுக.

4) $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix} + n \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ எனின் n இன் பெறுமானத்தை காண்க.

5) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ x & y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & x \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ எனத் தரப்படும் போது x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

6) $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ இத்தாயக் கோவையை சுருக்குக.

7) $A = (3, 2), B = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ எனின் தாயம் AB யை காண்க.

8) $A = (2, 4), B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ எனின் தாயம் AB யை காண்க.

9) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$ எனின் தாயம் AB யை காண்க.

10) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$ எனின் தாயம் AB யை காண்க.

11) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ எனின் தாயம் AB யை காண்க.

அலகு - 44

அளவிடைப்படம்

பயிற்சி - 44

அளவிடை, திசைகோள், ஏற்றக்கோணம், இறக்கக் கோணம்

அளவிடை

அளவிடைப்படம் வரையும் போது அளவிடை இரண்டு முறைகளில் குறிக்கப்படும்.

விகிதமுறை.

* $1 : 100\ 000$ என்பதன் கருத்து $1\text{cm} \rightarrow 100000\text{cm}$.

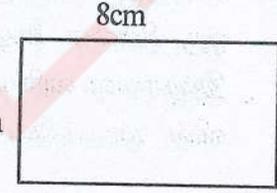
அளவுத்திட்டமுறை

* 1cm இனால் 2km ($1\text{cm} \rightarrow 2\text{km}$) என்பதன் கருத்து படத்தில் 1cm இன் உண்மை நீளம் 2km ஆகும்.

- 1) 5cm இனால் 2km காட்டப்படும் அளவிடையை விகிதமாக தருக.
- 2) $1 : 50000$ என்னும் அளவிடைக் கேற்ப ஒரு தேசப்படம் வரையப்பட்டுள்ளது.
 - (i) தேசப்படத்தில் 1cm இனால் காட்டப்படும் உண்மைதூரம் எத்தனை மீற்றர்,
 - (ii) 250 மீற்றர் என்றும் உண்மை தூரம் தேசப்படத்தில் எவ்வளவு நீளத்தினால் காட்டப்படுகின்றது.
- 3) இரண்டு நகரங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் 18km ஆகும். $1 : 50000$ அளவிடைக்கமைய வரையப்பட்டுள்ள ஒரு தேசப்படத்தில் இவ் இரு நகரங்களையும் குறிக்கும் இரு

புள்ளிகளுக்கிடையே உள்ள தூரம் எவ்வளவு?

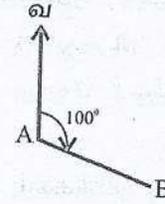
- 4) 1 : 50000 என்னும் அளவிடைக்கு வரையப்பட்டுள்ள, ஒரு தேசப்படத்தில் இரு நகரங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் 10cm எனக் காணப்படுமெனின், அவ்விரு நகரங்களுக்கிடையே உள்ள உண்மையான தூரத்தைக் காண்க.
- 5) 1 : 2000 என்னும் அளவிடைக்கு வரையப்பட்ட கிடைப்படம் ஒன்றில் 5cm நீளத்தினால் காட்டப்படும் உண்மை நீளம் எத்தனை மீற்றர்?
- 6) காணித்துண்டு ஒன்றின் மாதிரிப்படம் ஒரு சென்ரி மீற்றரினால் 10 மீற்றர் காட்டப்படும் அளவிடைக்கு வரையப்பட்டுள்ளது. மாதிரிப்படத்தின் பரப்பளவு 24cm^2 எனின் காணித்துண்டின் பரப்பளவைக் காண்க.
- 7) ஒரு சென்ரி மீற்றரினால் 10m வகைகுறிக்கப்படும் அளவிடைக்கு வரையப்பட்ட ஒரு செவ்வக விளையாட்டு மைதானத்தின் உரு காட்டப்பட்டுள்ளது. விளையாட்டு மைதானத்தின் நீளத்தையும் அகலத்தையும் காண்க.



திசைகோள்

- * திசைகோளானது எப்போதும் வடக்கிலிருந்து வலஞ்சுழியாக அளக்கப்படும்.
- * திசைகோளின் பருமன் மூன்று இலக்கத்தினால் குறிக்கப்படும்.

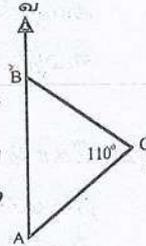
- 8) தரப்பட்ட உருவில்
 - (i) A இல் இருந்து B இன் திசைகோள் யாது?
 - (ii) B இல் இருந்து A இன் திசைகோள் யாது?



- 9) Bயிலிருந்து A யின் திசைக்கோள் 225° ஆகும். A யிலிருந்து B யின் திசைகோளைக் காண்க.
- 10) A யிலிருந்து பார்க்கும் போது B யின் திசைகோள் 038° ஆகும் B யிலிருந்து பார்க்கும் போது A யின் திசைகோளை எழுதுக.
- 11) A இலிருந்து பார்க்கும் போது Bயின் திசைகோள் 302° ஆகும். Bஇலிருந்து பார்க்கும் போது A இன் திசை யாது?
- 12) A,B என்பன சம தளமான நிலம் ஒன்றில் இருக்கும் இரு புள்ளிகள் A யிலிருந்து B யின் திசை கோள் 128° ஆகும். A யிற்குமிடையே உள்ள தூரம் 25மீற்றர் இத்தகவல்களை ஒரு பரும்படி படத்தில் காட்டுக.

- 13) ஒருவர் புள்ளி Aயிலிருந்து 50 மீற்றர் கிழக்கு நோக்கி சென்று புள்ளி B யிற்கு வருகின்றார். அவ்விடத்திலிருந்து 50 மீற்றர் தெற்கு நோக்கிச் சென்று புள்ளி C யிற்கு வருகின்றார் A யிலிருந்து C யின் திசை கோள் யாது?
- 14) தென்மேற்குத் திசையில் காணப்படும் ஒரு பொருள் இடம் சுழியான திசையில் 15° சுழற்சிக்கு உட்படுத்தப்படுகிறது.
- (i) அதன் புதிய நிலையை வரிபடமொன்றில் காட்டுக.
- (ii) அதன் திசைகோளை எழுதுக.
- 15) A இல் இருந்து B இன் திசைகோள் 000° எனின் B இல் இருந்து A இன் திசை கோள் யாது?
- 16) O என்னும் தொடக்கப்புள்ளி ஒன்றிலிருந்து வடக்கு நோக்கி 20 அடிச்சவடுகள் நடந்த ஒரு பிள்ளை மேலும் 20 அடிச்சவடுகளை கிழக்கு நோக்கி நடந்து B யை அடைகின்றது. இத்தரவை வரிப்படம் மூலம் எடுத்துக்காட்டுக. புள்ளி B யில் இருந்து நோக்கமிடத்து O வின் திசைக்கோள் யாது?

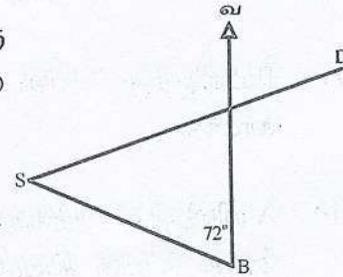
- 17) இங்கு காட்டப்பட்டுள்ள உருவிலே AB என்பது தெற்கிலிருந்து வடக்குச் செல்லும் வீதியும் AC, BC என்பன பக்க வீதிகளும் ஆகும். A யிலிருந்து C யின் திசைகோள் 050° ஆகும். B யிலிருந்து C யின் திசை கோள் யாது?



- 18) A, B என்பன தேசப்படம் ஒன்றில் குறிக்கப்பட்ட இரு நகரங்களாகும் B யிலிருந்து பார்க்கும் போது A யின் திசை கோள் 210° எனின் A யிலிருந்து பார்க்கும் போது B யின் திசை கோள் யாது?

- 19) கலங்கரை விளக்கம் A ஆனது கலங்கரை விளக்கம் B யிற்கு வடக்கே உள்ளது. A யில் உள்ள நோக்குநர் ஒருவர் கப்பல் S இன் திசை கோள் 239° எனப்பதிவு செய்கின்றார்.

- (i) \widehat{NAD} இன் பெறுமானம் யாது?
- (ii) B யில் இருந்து பார்க்கும் போது S இன் திசைகோள் யாது?

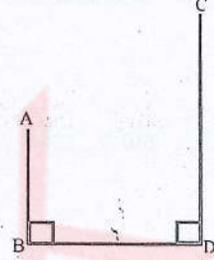


ஏற்றக்கோணம், இறக்கக் கோணம்

- 20) 30m உயரமான நிலைக்குத்தான தென்னை மரமொன்றின் உச்சியில் நிற்கும் ஒருவர் தென்ன மரத்தின் அடியிலிருந்து 50m தூரத்தில் உள்ள பூனையொன்றை 40° இறக்கக் கோணத்தில் காணுகின்றார் தகவலை பருமட்டான படத்தில் குறித்து காட்டுக.

21) 100m உயரமான வெளிச்ச வீட்டினை கடலில் தோணியில் நிற்கும் ஒருவர் வெளிச்ச வீட்டின் உச்சியை 30° ஏற்ற கோணத்தில் காணுகின்றார் சிறிது நேரத்தின் பின்னர் வெளிச்ச வீட்டை நோக்கி 40m நகர்தபின்னர் அவர் அக் கப்பலை 48° ஏற்றக் கோணத்தில் காணுகின்றார். இத்தக வலை பருமட்டான படத்தில் குறித்து காட்டுக.

22) ஒரு நிலைக்குத்து கட்டிடம் AB யும் அதிலிருந்து 30m தூரத்தில் உள்ள ஒரு நிலைக்குத்துத் தூண் CD உம் காணப்படுகின்றன. கட்டிடத்தின் யன்னல் A யிலிருந்து பார்க்கும் ஒருவருக்குத் தூணின் உச்சி C ஆனது 32° ஏற்றக்கோணத்திலும் தூண்களின் அடி D ஆனது 28° இறக்கக் கோணத்திலும் காணப்படுகின்றன. இத் தகவல்களைத் தரப்பட்ட உருவில் குறிக்கும்.



அலகு - 45

திரிகோண கணிதம்

பயிற்சி - 45

* $\sin \theta = \frac{\text{எ.ப}}{\text{செ.ப}}$ * $\sin \theta = \cos(90 - \theta)$

* $\cos \theta = \frac{\text{அ.ப}}{\text{செ.ப}}$ * $\cos \theta = \sin(90 - \theta)$

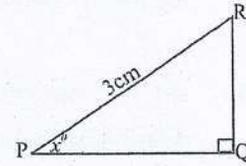
* $\tan \theta = \frac{\text{எ.ப}}{\text{அ.ப}}$ * $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

1) $\sin \theta = \cos 40^\circ$ எனின் θ இன் பெறுமானம் காண்க.

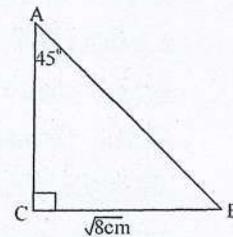
2) $\frac{h}{10} = \sin 63^\circ$, $\cos 27^\circ = 0.891$ எனின் h இன் பெறுமானம் யாது?

3) $\sin \theta = 0.6$, $\cos = 0.8$ எனின் $\tan \theta$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

4) $\cos x^\circ = 0.8$ எனத்தரப்படும் போது உருவிலுள்ள தகவல்களைக் கொண்டு PQ இன் நீளத்தை காண்க.



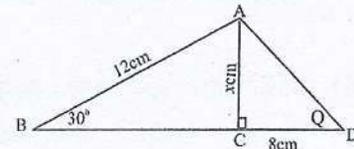
5) உருவிலுள்ள தகவலை கொண்டு AB இன் நீளத்தை காண்க.



6) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ஐயும் உருவில் தரப்பட்ட தகவல்களையும்

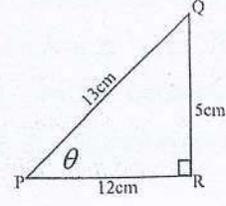
கொண்டு

(i) x இன் பெறுமானத்தை காண்க.



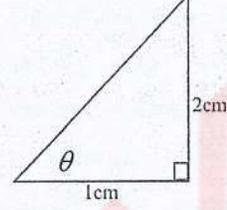
(ii) $\tan \theta$ இன் பெறுமானத்தை காண்க.

7) $\sin \theta$, $\cos \theta$ வின் திரிகோணகணித விகிதத்தை எழுதுக.



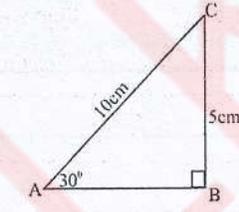
8) கோசைன் $\theta = \frac{4}{5}$ எனின் சைன் θ வைக் காண்க.

9) $\sin \theta$ வின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

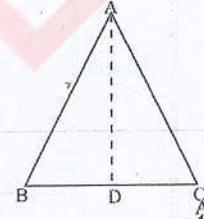


10) சைன் 30° இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

11) சைன் $\theta = \frac{4}{\sqrt{41}}$ எனின் கோசைன் θ வைக்காண்க.

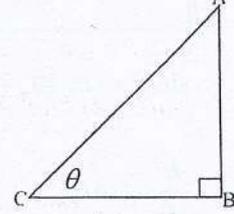


12) ABC என்பது பக்கமொன்று 2cm ஆன ஒரு சம பக்க முக்கோணியாகும் AD என்பது BC யுக்குச் செங்குத்தாக அமைந்தால்.
(i) AD (ii) $\tan 30^\circ$ ஐக் காண்க.

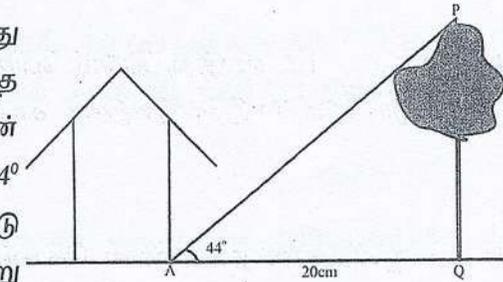


13) உருவை பயன்படுத்தி $\sin(90-\theta) = \cos \theta$ என்பதை வாய்ப்புபார்க்க.

14) நிலைக்குத்தாக நிற்கும் 10m உயரமான ஒரு கழுக மரத்தில் ஏறும் மனிதன் ஒருவன் அதன் உச்சியிலிருந்து தரையிற் கிடக்கும் இரண்டு ரூபா நாணயம் ஒன்றின் இறக்கக் கோணம் 60° ஆக இருப்பதை அவதானிக்கின்றான். மரத்தின் அடியிலிருந்து நாணயம் எவ்வளவு தூரத்தில் கிடக்கிறது? (தான் $60^\circ = 1.732$)



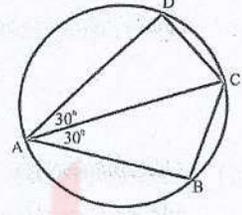
15) வீட்டு வாசற் படியில் புள்ளி A இலிருந்து நிலைக்குத்தான மரம் PQ இற்கு மிகக் குறைந்த தூரம் 20m ஆகும். A யிலிருந்து மரத்தின் உச்சிப்புள்ளி P இற்கான ஏற்றக் கோணம் 44° ஆகும். மரமானது தரை மட்டத்தில் வெட்டப்பட்டு வீட்டை நோக்கி வீழ்த்தப்பட இருக்கிறது இவ்வாறு வீழ்த்தப்படும் போது மரமானது வீட்டைச் சேதப்படுத்தக் கூடுமா என்பதைக் குறிப்பிடுக. காரணம் காட்டுக. (தான் $44^\circ = 0.9657$)



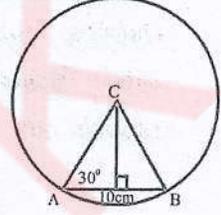
16) கோபுரம் ஒன்றின் அடிக்குச் சமமட்டத்தில் கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 20m தூரத்தில் உள்ள புள்ளி ஒன்றிலிருந்து பார்க்கும் போது இக் கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்

கோணம் 35° ஆகும். இத்தகவல்களைக் காட்டும் படும்படிப்படம் ஒன்றை வரைந்து கோபுரத்தின் உயரத்தை காண்க.
($\sin 35^\circ = 0.5736$, $\cos 35^\circ = 0.8192$, $\tan 35^\circ = 0.7002$)

- 17) படத்திற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு AC ஆனது ஒரு வட்டத்தின் விட்டமாகும். $BC = 5\text{cm}$ ஆயின் சைன் $30^\circ = \frac{1}{2}$ எனக் கொண்டு AC யின் நீளத்தைக் காண்க.

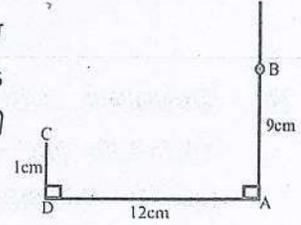


- 18) உருவில் தரப்பட்டுள்ள C எனும் மையத்தைக் கொண்ட வட்டத்தின் AB எனும் நாணின் நீளம் 10cm , $\angle CAB = 30^\circ$ எனின், வட்டத்தின் விட்டத்தைக் காண்க கோசை $30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ எனக் கொள்க.

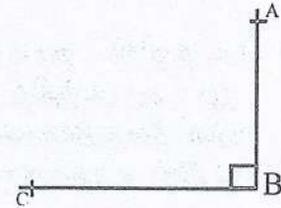


- 19) பெறுமானம் காண்க. கோசைன் $60^\circ + \sqrt{2}$ சைன் $45^\circ + \sqrt{3}$ கோசை 30°

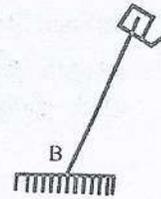
- 20) A இலுள்ள கமுகமரமொன்றின் மீதுள்ள B எனும் ஒரு பிள்ளை DC என்னும் தூண் ஒன்றின் மீது C யிலே உள்ள பூனை ஒன்றைக் காண்கின்றது கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் படத்தைப் பயன்படுத்தி பிள்ளை பூனையைக் காணும் இறக்கக் கோணத்தை காண்க.



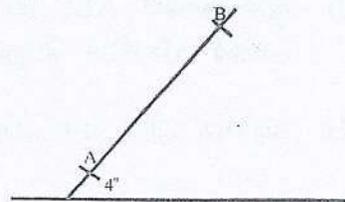
- 21) 3m நீளமான AB எனும் நேரான நிலைக்குத்துக் கோலின் நிழல் BC ஆனது நாளொன்றின் குறித்த கணத்திலே 4m நீளமாயிருந்தது (வரிப்படத்தைப் பார்க்க) இக்கணத்திலே சூரியனின் ஏற்றக்கோணத்தை ஒரு திரிகோண விகிதத்தில் தருக.



- 22) பலமான காற்று வீசிய ஒரு கணத்தில் (இழை இறுக்கமாயிருந்தது) B எனும் பையனொருவன் தனது பட்டத்தின் ஏற்றக் கோணம் $15^\circ 50'$ ஆக இருந்ததை அவதானிக்கின்றான் ஈர்க்கப்பட்ட இழையின் நீளம் 100m எனின், பட்டம் நிலைக்குத்தாக எவ்வயரத்திற் பறக்கிறது எனக் காண்க. (பையனின் உயரத்தைப் புறக்கணிக்க $\sin 15^\circ 40' = 0.2700$)

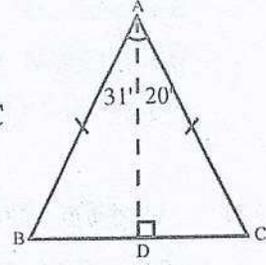


- 23) மலை ஒன்றின் உச்சிக்குச் செல்லுகின்ற நேரியபாதை ஒன்று கிடையுடன் 4° கோணத்தை அமைக்கின்றது. இப்பாதை வழியே A, B என்னும் இரு விளக்குக் கம்பங்கள் இருக்கின்றன. (உருவைப் பார்க்கவும்) A இலிருந்து B இற்குள்ள தூரம் 2km எனின், புள்ளி A இன் மட்டத்திற்கு

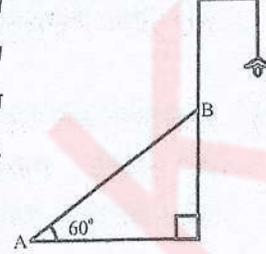


மேலே புள்ளி B இன் உயரம் யாது? (தான் $4^\circ = 0.0698$)

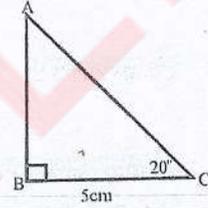
- 24) வரிப்படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள ABC எனும் முக்கோணியில் BC யின் நீளத்தைக் கணிக்க (சைன் $15^\circ 40' = 0.2700$)



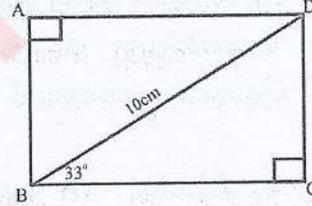
- 25) மின்விளக்குத் தூணொன்று 9m நீளமுள்ள நேரான ஒரு கம்பி AB மூலம் நிலைக்குத்தாக வைக்கப்பட்டுள்ளது. (வரிப்படத்தைப் பார்க்க) தரையுடன் கம்பியின் சாய்வு 60° எனில், தூணுடன் கம்பி இணைக்கப்பட்டிருக்கும் புள்ளியின் உயரத்தைக் காண்க. (சைன் $60^\circ = 0.8660$)



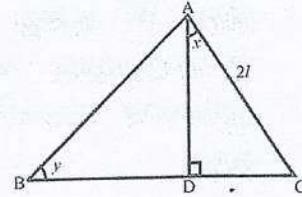
- 26) பின்வரும் தகவளைக் கொண்டு AB யின் நீளத்தைக் காண்க. ($\sin 20^\circ = 0.3420$, $\cos 20^\circ = 0.9397$, $\tan 20^\circ = 0.36400$)



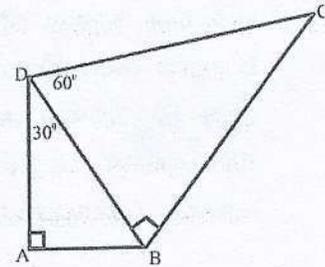
- 27) செவ்வகம் ABCD யில் மூலைவிட்டம் BD யின் நீளம் 10cm உம் $\angle BDC = 33^\circ$ ஆகும். BC யின் நீளத்தை காண்க. ($\sin 33^\circ = 0.5446$, $\cos 33^\circ = 0.8387$)



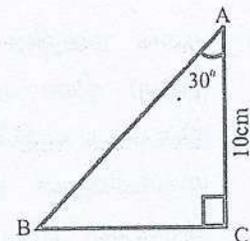
- 28) படத்தில் தரப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC யில் $AD \perp BC$ படத்திற் தரப்பட்டுள்ள தரவைப் பயன்படுத்தி BC யின் நீளத்திற்கான திரிகோண கணிதக்கோவை ஒன்றை x , y , l இன் உறுப்புக்களில் தருக.



- 29) தரப்பட்டுள்ள படத்தில் $\angle BDC = 60^\circ$, $\angle ADB = 30^\circ$ $DC = a$ ஆகும். திரிகோண கணித விகிதங்களை உபயோகித்து AB யின் நீளத்தை a என்பதனிற் கூறுக.



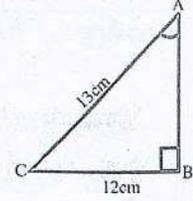
- 30) முக்கோணி ABC இல் $\angle BCA = 30^\circ$, சைன் $60^\circ = 0.866$ எனின் AB இன் பெறுமானம் என்ன?



- 32) வரிப்படத்திற் காட்டப்பட்டுள்ள ABC என்னும் முக்கோணியில்

$\angle B = 90^\circ$ ஆகும். $AC=13\text{cm}$ $BC=12\text{cm}$ எனின்

- (i) AB யின் நீளத்தைக் காண்க.
- (ii) சைன் θ வின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



அலகு -46

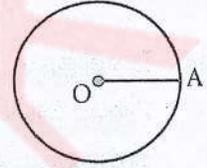
ஒழுக்குகள்

பயிற்சி - 46

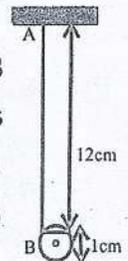
- * தரப்பட்ட விதிக் கேற்ப அசையும் புள்ளியின் பயணப்பாதை அப்புள்ளியின் ஒழுக்கு எனப்படும்.

ஒழுக்கு - 01

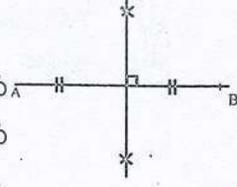
ஒரு தரப்பட்டுள்ள நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து மாறத்தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு வட்டமாகும்.



- 1) உருவிலே E யை மையமாகக் கொண்டதும் 2.5cm ஆரையுள்ளதுமான வட்டம் நிலைப்படுத்தப்பட்டிருக்கிறது. R ஐ மையமாக கொண்டதும் 1cm ஆரையுள்ளதுமான வட்டம் நிலையான வட்டத்தைப் புறத்தே தொட்டுக் கொண்டு அசைகின்றது. R இன் ஒழுக்கைத் தெளிவாக எடுத்துரைக்க (பரும்படிப்படம் வரைதல் நன்று)
- 2) O வை மையமாகவுடைய 10cm ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில், எந்தவொரு புள்ளியிலிருந்தும் எப்பொழுதும் 5cm ஆக அமையும் வண்ணம் மாறுகின்ற புள்ளி ஒன்று அசைகின்றது இப்புள்ளியின் ஒழுக்கு யாது? உமது விடையைப் பரும்படிப் படத்தின் உதவியுடன் எடுத்துக் காட்டுக.
- 3) O நிலையான ஒரு புள்ளி P யிற்கு நேர் தெற்கேயுள்ளது. Q இனுமோர் மாறும் புள்ளி Q இன் ஒழுக்கு யாது? (அதனை ஒரு வரிபடத்திற் காண்க)
- 4) O வை மையமாகக் கொண்டது 3cm ஆரையுள்ளதுமான மாறும் வட்டம் ஒன்று அதன் பரிதியில் உள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளி x பற்றிச் சுழல்கின்றது புள்ளி O வின் ஒழுக்கு யாது?
- 5) தூலுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள 1cm ஆரையுள்ள ஒரு சிறிய கோளம் B ஆனது நிலைத்த புள்ளி A யிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. நூல் இறுக்கமாக இருக்க கோளம் ஒரு பக்கத்திற்கு இழுக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகின்றது. அப்போது நடைபெறும் இயக்கத்திலே கோளத்தின் மையத்தின் ஒழுக்கை விவரிக்குக.



இரண்டு நிலைத்த புள்ளிகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் அசையும் A B
ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கு அந்நிலையான இரண்டு புள்ளிகளையும்
இணைக்கும் நேர் கோட்டின் செங்குத்து இரு சம கூறாக்கியாகும்.



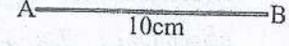
- 4) A யும் B யும் 4cm இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு நிலைத்த புள்ளிகளாகும். மாறும் புள்ளி C யானது A யிலிருந்தும் B யிலிருந்தும் எப்போதும் சமதூரத்திலிருக்கும் வண்ணம் அசைகிறது C யின் ஒழுக்கு யாது?
- 5) L என்னும் விளக்குக் கம்பத்துக்கு கிழக்கே 50m தூரத்திலுள்ள G எனும் கல்லுக்கும் இடையில் சமதூரத்தில் ஒரு புதையல் உண்டு. என்று பழைய ஏட்டில் குறிப்பிட்டிருந்தது. இப்புதையலை வெளிக்கொணர்வதற்கு எக்கோட்டின் வழியாக நீர் கிடங்கு தோண்டுவீர்? (வரிப்படத்தின் மூலம் காட்டுக.)
- 6) உருவில் A, B, C என்னும் மூன்று புள்ளிகள் காட்டப்பட்டுள்ளன. இங்கு A, B, C ஆகியவற்றிலிருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும் புள்ளி ஒன்றைக் காண வேண்டியுள்ளது. ஒழுக்குகள் பற்றிய உமது அறிவைப்பயன்படுத்தி அப்புள்ளியைக் காணும் விதத்தை வாக்கியத்தில் எழுதுக. அல்லது பரும்படிப் படத்தின் மூலம் காட்டுக.
- 7) எனது தோட்டத்தில் ஒரு தென்னை மரம் (A) ஒரு மாமரம் (B) ஒரு கழுகுமரம் (C) என மூன்று மரங்கள் உள்ளன. அவை ஒரே நேர் கோட்டில் இருக்கவில்லை தென்னை மரத்திலிருந்தும் மாமரத்திலிருந்தும் சமதூரத்திலும், மாமரத்திலிருந்தும் கழுகுமரத்திலிருந்தும் சமதூரத்திலும் ஒரு பலாமரத்தை (O) நாட்ட நான் விரும்புகிறேன். உமது தாளில் A, B, C ஆகிய மூன்று புள்ளிகளையும் குறித்து, ஒழுக்குகள் பற்றிய உமது அறிவின் அடிப்படையில் பரும்படியான ஒரு வரைபடத்தில் O எனும் புள்ளியை இடங்குறிக்கும் விதத்தைக் காட்டுக.
- 8) ஒரு சாய்சதுரம் ABCD யின் மூலைவிட்டம் AC உருவில் தரப்பட்டுள்ளது $AC = 8cm$, $BD = 6cm$ எனின். இச்சாய்சதுரத்தின் B, D என்னும் உச்சிகளின் அமைவிடங்களைப் பெறுவதற்கு உகந்த கேத்திரகணித அமைப்பை ஒரு பரும்படிப் படத்தில் காட்டுக.
- 9) உருவில் ஒரு வட்டத்தின் வில் காணப்படுகின்றது. அவ்வில்லுக்குரிய வட்டத்தின் மையத்தின் அமைவைக் காண்பதற்கு உகந்த ஒரு கேத்திரகணித அமைப்பை ஒரு வரைப்படத்தில் (பரும்படி வரிப்படத்தில்) காட்டுக.

A ————— C



10) வட்டம் ஒன்றின் ஒரு நாண் AB ஆகும். AB யிற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நாண் ஒன்றின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு யாது? (நீர் உமது விடையை வரைபடத்தினால் விளக்கலாம்)

11) A, B என்பன ஒன்றிலிருந்தொன்று 10cm தூரத்தில் இருக்கும் இரு புள்ளிகளாகும் கேத்திரகணித அறிவைப் பயன்படுத்தி

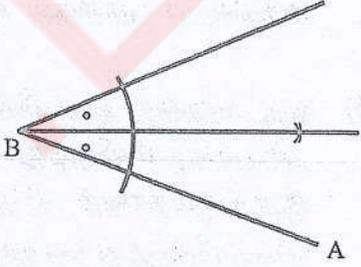


(i) Aயிலிருந்தும் Bயிலிருந்தும் சம தூரத்தில் இயங்குகின்ற ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கையும்.

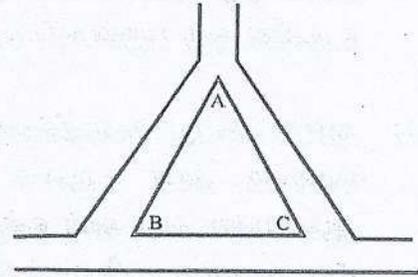
(ii) அவ்வெழுக்கின் மீது புள்ளி Aயிலிருந்து 7cm தூரத்தில் உள்ள P, Q என்னும் இரு புள்ளிகளினதும் அமைவுகளையும். பெறும் விதத்தை உரிய அளவீடுகளுடன் ஒரு பரும்படிப் படத்தில் காட்டுக.

ஒழுக்கு - 03

ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும் இரண்டு நேர் கோடுகளிலிருந்து சமமான தூரத்தில் அசையும் ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கு அக்கோடுகள் இரண்டும் B இடைவெட்டுவதால் உண்டாகும் கோணங்களின் இருசம கூறாக்கியாகும்.

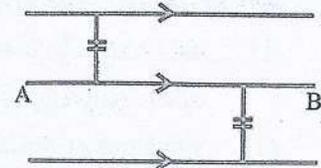


12) வரிப்படமானது ABC எனும் முக்கோணவடிவான காணித் துண்டொன்றைக் காட்டுகின்றது அதில் நகரொன்றின் பொது வீதிகளாற் சூழப்பட்டுள்ளது. பஸ்தரிப்பு நிலையம் ஒன்று அமைந்துள்ளது. வீதிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அமையத் தக்கவாறு மணிக் கூட்டுக் கோபுரமொன்று அங்கு நிர்மானிக்கப்படவுள்ளது. ABC யின் பரும்படியான வரிப்படம் ஒன்றை வரைந்து ஒழுக்குகள் பற்றிய உமது அறிவின் அடிப்படையில் மணிக் கூட்டுக் கோபுரம் அமையவேண்டிய தானம் P யை எங்ஙனம் பெறுவீர் எனக் காட்டுக.



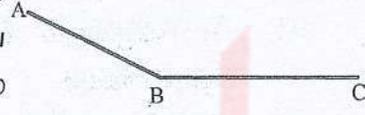
ஒழுக்கு - 04

தரப்பட்ட நேர் கோட்டிற்குச் சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு அந்நேர்கோட்டிற்கு இருபக்கத்திலும் சமதூரத்தில் வரையும் இரு சமாந்தர கோடுகளாகும்.



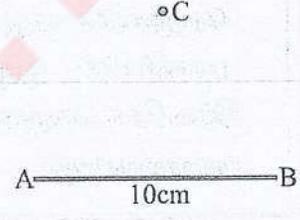
13) 8cm விட்டமுள்ள கோளம் ஒன்று சமதள மேசை ஒன்றின் மீது ஒரு நேர்கோட்டு வழியே உருட்டப்படுகின்றது கோளத்தின் மையத்தின் ஒழுக்கை தெளிவாக விவரிக்க.

14) ஒரு காணியின் AB, BC என்னும் இரு எல்லைகள் உருவில் காணப்படுகின்றன. இவ்விரு எல்லைகளில் குறைந்தபட்சம் ஓர் எல்லையிலிருந்தேனும் 5m தூரத்திலும் மூலை B யிலிருந்து 7m தூரத்திலும் இருக்குமாறு ஒரு மரத்தை நடவேண்டியுள்ளது. ஒழுக்ககள் பற்றிய உமது அறிவைப் பயன்படுத்தி மரம் நடப்படத்தக்க இடங்களை உருவில் பரும்படியாகவரைக.

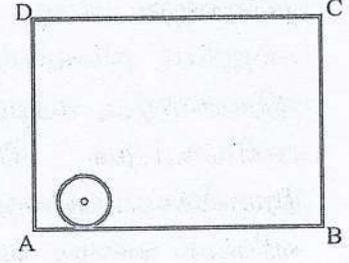


15) POQ, XOY ஆகிய இரு நேர்கோடுகளும் O வில் இடை வெட்டுகின்றன. நேர் கோடு POQ இருந்து 2.5cm தூரத்திலும். நேர் கோடு XOY இலிருந்து 3cm தூரத்தில் அமைந்துள்ள புள்ளிகளை பருவரைவான படமொன்றில் வரைந்து அப்புள்ளிகளைப் பெயரிடுக. அத்தகைய புள்ளிகள் எத்தனை உள்ளன.

16) ஒரு சமதளத் தரையில் உள்ள ஒரு நேர்ப் பாதை AB யும் அப்பாதையிலிருந்து 4m தூரத்தில் உள்ள ஒரு மரம் இருக்கும்தானம் C யும் உருவில் காணப்படுகின்றன. பாதையிலிருந்து 6m தூரத்திலும் மரத்திலிருந்து 5m தூரத்திலும் உள்ள ஒரு புள்ளி D யின் அமைவைக் காணத்தக்க விதத்தை உருவில் ஒரு பரும்படிப் படத்தில் வரைக.

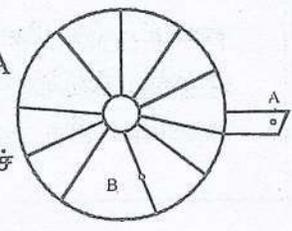


17) ABCD என்பது 10cm நீளமும் 8cm அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வக அடர் உருவில் காணப்படுகின்றவாறு 2cm ஆரையுள்ள வட்டஅடர் ஒன்று செவ்வக அடரின் தளத்தின் மீது அமைந்து எப்போதும் செவ்வகத்தின் ஒரு பக்கத்தைத் தொடுமாறு இயங்குகின்றது இவ்வட்ட அடர் மீண்டும் அதன் தொடக்கத்தானத்திற்கு வரும்போது அதன் மையம் செல்லும் பாதையை விவரிக்க.



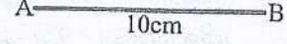
18) 1m ஆரையுடைய வண்டிச் சில்லொன்றின் அச்சிலே A எனும் புள்ளியும் சில்லின் மையத்திலிருந்து $\frac{1}{2}m$ தூரத்தே ஆரக்காலிலே (ஸ்போக்) B எனும் புள்ளியும் படத்தில் காட்டியவாறு உள்ளன.

- (i) மட்டான நேரான தெருவழியே வண்டி செல்லும்போது A யின் ஒழுக்கு யாது?
- (ii) வண்டியை ஓய்விலே வைத்துக் கொண்டு சில்லானது சுழலச் செய்யப்பட்டால் B யின் ஒழுக்கு யாது?



10) வட்டம் ஒன்றின் ஒரு நாண் AB ஆகும். AB யிற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நாண் ஒன்றின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு யாது? (நீர் உமது விடையை வரைபடத்தினால் விளக்கலாம்)

11) A, B என்பன ஒன்றிலிருந்தொன்று 10cm தூரத்தில் இருக்கும் இரு புள்ளிகளாகும் கேத்திரகணித அறிவைப் பயன்படுத்தி

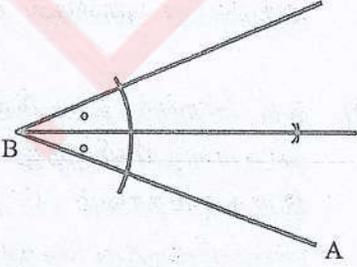


(i) Aயிலிருந்தும் Bயிலிருந்தும் சம தூரத்தில் இயங்குகின்ற ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கையும்.

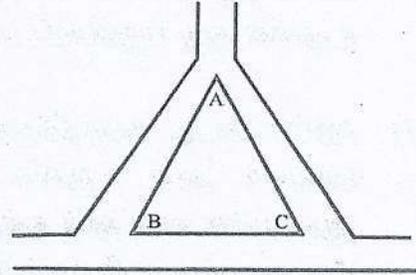
(ii) அவ்வெழுக்கின் மீது புள்ளி Aயிலிருந்து 7cm தூரத்தில் உள்ள P, Q என்னும் இரு புள்ளிகளினதும் அமைவுகளையும். பெறும் விதத்தை உரிய அளவீடுகளுடன் ஒரு பரும்படிப் படத்தில் காட்டுக.

ஒழுக்கு - 03

ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும் இரண்டு நேர் கோடுகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் அசையும் ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கு அக்கோடுகள் இரண்டும் B இடைவெட்டுவதால் உண்டாகும் கோணங்களின் இருசம கூறாக்கியாகும்.



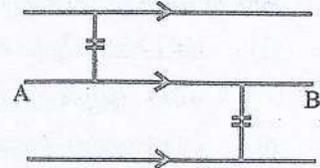
12) வரிப்படமானது ABC எனும் முக்கோணவடிவான காணித் துண்டொன்றைக் காட்டுகின்றது அதில் நகரொன்றின் பொது வீதிகளாற் சூழப்பட்டுள்ளது. பஸ்தரிப்பு நிலையம் ஒன்று அமைந்துள்ளது. வீதிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அமையத் தக்கவாறு மணிக் கூட்டுக் கோபுரமொன்று அங்கு நிர்மாணிக்கப்படவுள்ளது. ABC யின் பரும்படியான



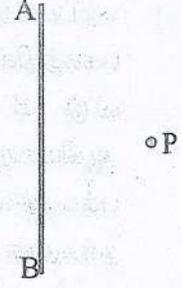
வரிப்படம் ஒன்றை வரைந்து ஒழுக்குகள் பற்றிய உமது அறிவின் அடிப்படையில் மணிக்கூட்டுக் கோபுரம் அமையவேண்டிய தானம் P யை எங்ஙனம் பெறுவீர் எனக் காட்டுக.

ஒழுக்கு - 04

தரப்பட்ட நேர் கோட்டிற்குச் சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு அந்நேர்கோட்டிற்கு இருபக்கத்திலும் சமதூரத்தில் வரையும் இரு சமாந்தர கோடுகளாகும்.



- 19) ஒரு நேர் வீதி AB யும் அதிலிருந்து 9 மீற்றர் தூரத்தில் இருக்கும் ஒரு மரம் P யும் கீழே உள்ள படம்படிப் படத்திலே காணப்படுகின்றன. ஒழுக்குகள் பற்றிய உமது அறிவைப் பயன்படுத்தி P யிலிருந்து 4 மீற்றர் தூரத்திலும் வீதி AB யிலிருந்து 6 மீற்றர் தூரத்திலும் இருக்கும் இரு புள்ளிகளையும் அவற்றின் அமைவிடங்களைப் பெறும் விதத்தையும் அப்படத்தில் காட்டுக.



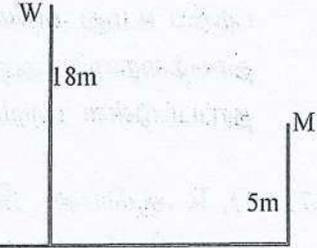
- 20) தரப்பட்டுள்ள நேர்கோடு AB யில் இருந்து 2cm தூரத்தில் இருப்பனவும், புள்ளி A யிலிருந்து 3cm தூரத்தில் இருப்பனவும் ஆன நான்கு புள்ளிகள் உள்ளன என படம்படிப் வரிப்படத்தின் மூலம் காட்டுக.



- 21) AB என்பது பாடசாலை வளவிலே அமைந்துள்ள 20m நீளமுடைய நேரான பாதையாகும். மனோ என்பவர் தான் பாதையிலிருந்து எப்போதும் 8m தூரத்தே இருக்கும் வண்ணம் நடக்கிறார். ராணி என்பவர் தான் AB யின் நடுப்புள்ளியாகிய O விலிருந்து (கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரிப்படத்தைப் பார்க்க) எப்போது 10m தூரத்தே இருக்குமாறு நடக்கின்றாள். ஒழுக்குகள் பற்றிய உமது அறிவைப் பயன்படுத்தி இவர்கள் இருவரினதும் பாதைகளை ஒரு வரிப்படத்தில் காட்டுக அவர்கள் சந்திக்கும் புள்ளிகளை நீர் வரைந்த வரிப்படத்திற் குறிக்க.

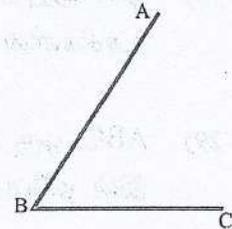


- 22) குறித்தவொரு காணித்துண்டு பொது வீதி ஒன்றைத், தனது எல்லைக்குள் ஒன்றாகக் கொண்டுள்ளது. m எனும் மாமரமும் w எனும் கிணறும் வீதியிலிருந்து முறையே 5m, 18m எனும் தூரங்களில் அமைந்துள்ளன. கழிவு நீர்க் குழியொன்று வீதியிலிருந்து 5m தூரத்துக்கு அப்பாலும் கிணற்றில் இருந்து 15m தூரத்திற்கு அப்பாலும் இருக்குமாறு அமைக்கப்படவுள்ளது.

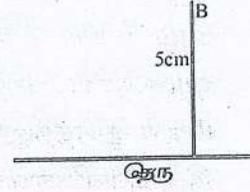


ஒழுக்குகள் பற்றிய உமது அறிவைப் பயன்படுத்தி இக் குழி அமையக் கூடிய பொருத்தமான நிலையங்களைப் பருமட்டான வரைபடமொன்றில் குறிக்க.

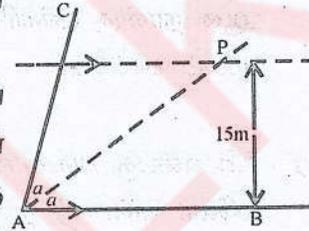
- 23) உருவில் காணப்படும் கோடு AB யிலிருந்து 5cm தூரத்திலும் B, C ஆகிய புள்ளிகளிலிருந்து 5m தூரத்திலும் இருக்கும் ஒரு புள்ளியின் அமைவைக் கேத்திரகணித அமைப்புகளைப் பயன்படுத்திப் பெறத்தக்க விதத்தைத் தேவையான அளவீடுகளைக் குறிப்பிட்டு ஒரு படம்படிப் படத்தில் காட்டுக.



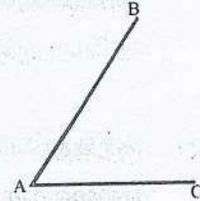
- 24) வரிப்படத்திற் காட்டப்பட்டுள்ளபடி நேரான ஒரு தெருவின் ஒரே பக்கத்தில் A, B எனும் இரு வீடுகள் உள்ளன. தெருவிலிருந்து வீடு B யிற்கான செங்குத்துாரம் 5m ஆகும் A, B ஆகியவற்றிலிருந்து சமதூரத்திலும் இரு வீடுகளும் உள்ள அதே பக்கத்தில், தெருவிலிருந்து 3 மீற்றர் தூரத்திலும் இருக்கத் தக்கதாக தந்திக் கம்பமொன்று நாட்டப்படவுள்ளது. ஒழுக்குகள் பற்றி உமது அறிவைப் பயன்படுத்தி பரும்படியான வரை படமொன்றிலே கம்பத்தின் வேண்டிய தானத்தைக் காட்டுக.



- 25) உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப பின்வரும் கூற்றில் உள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.
AB, AC என்னும் இரு நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் தொடர்பாகப் புள்ளி P யின் அமைவு செல்கின்ற ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கினதும் செல்கின்ற ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கினதும் இடைவெட்டிலிருந்து பெறப்பட்டுள்ளது.

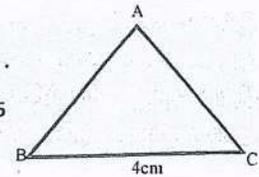


- 26) தரப்பட்டுள்ள வரிப்படத்தில் AB, AC என்பன காணி ஒன்றின் இரு எல்லைக் கோடுகளாகும் அவ்விரு எல்லைக் கோடுகளிலிருந்து சமதூரத்திலும் AB யிலிருந்து 6m தூரத்திலும் இருக்குமாறு இக்காணியின் உள்ளே ஒரு தூணை நாட்டுதல் வேண்டும். ஒழுக்குகள் பற்றிய உமது அறிவைப் பயன்படுத்தி அத்தூண் நாட்டப்பட வேண்டிய தானத்தையும் அது பெற்றுக் கொள்ளப்பட்டுள்ள விதத்தையும் தரப்பட்டுள்ள பரும்படி வரிப்படத்தில் காட்டுக.



- 27) Q, R ஆகியன இரு நிலைத்த புள்ளிகள் முக்கோணி PQR இன் பரப்பளவு மாறாதிருக்குமாறு புள்ளி P மாறுகின்றது. புள்ளி P யில் ஒழுக்கு யாது? ஒரு பரும்படிப்படத்தினால் விளக்குக.
- 28) ஒரே அடியில் அமைந்தது ஒருமைப் பரப்பினைக் கொண்டதுமான முக்கோணிகளினது உச்சிகளின் ஒழுக்கைக் காண்க.
- 29) ABC ஒரு முக்கோணி R என்பது பக்கம் AB மீது இயங்குகின்ற ஒரு புள்ளியாகும் CR இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு யாது?
- 30) A யும் B யும் 10cm இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு நிலைத்த புள்ளிகளாகும். மாறும் புள்ளி O ஆனது $\angle AOB$ எப்போதும் ஒரு செங்கோணமாகவிருக்கும் வண்ணம் அசைகிறது. O வின் ஒழுக்கு யாது?

- 31) C ஐ மையாகவும் 5cm ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட நிலைத்த வட்டம் ஒன்றில் AB என்பது 6cm நீளமுள்ள ஒரு மாறும் நாணாகும். AB இனது நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு யாது? உங்களுடைய விடையை பரும்படிப்படம் ஒன்றின் உதவியுடன் விளக்குக. இங்கு பொருத்தமான தரவுகளைத் தருக.
- 32) “எனது வதிவிடம் R ஆனது அலுவலகம் O இலிருந்தும் எனதும் மகனின் பாடசாலை S இலிருந்தும் சமதூரத்திலுள்ளது. பாடசாலை அலுவலகத்திற்கு கிழக்கில் உள்ளது. வதிவிடம் அலுவலகத்திற்கு வட கிழக்கில் உள்ளது. ஒழுக்குகள் பற்றி தத்துவத்தின் அடிப்படையில் மேற்போந்த கூற்றிலுள்ள உண்மையை வரிப்படம் ஒன்றிற் காட்டுக.
- 33) AB, CD என்பன ஒன்றுக் கொன்று சமாந்தரமான ஒரு தளக்கோடுகளாகும். இக் கோடுகளிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ள புள்ளியின் ஒழுக்கை வரிப்படம் மூலம் காட்டுக.
- 34) A, B என்பன இரண்டு நிலையான புள்ளிகளினாகும் $\hat{ACB} = 30^\circ$ ஆகுமாறு C என்னும் புள்ளி அசைகிறது C இன் ஒழுக்கை பருமட்டன வரிப்படத்தில் காட்டுக.
- 35) $\hat{ABC} = \theta^\circ$ ஆகுமாறு அமைந்துள்ள நிலையான புள்ளிகள் A, B, C ஆகும். AB, BC ஆகியவற்றை தொடுமாறு அமையும் வட்டத்தின் மையம் O இன் ஒழுக்கை பருமட்டன வரிப்படத்தில் காட்டுக.
- 36) 25cm ஆரையுடைய ஒரு மோட்டார் சைக்கிள் சில்லின் ரயர் மத்தியில் A இல் ஓர் ஆணி ஏறியுள்ளது. மோட்டார் சைக்கிள் ஒரு நேரான மட்டமான வீதியில் சென்று கொண்டிருக்கும் போது A யின் ஒழுக்கை பருமட்டான படம் மூலம் காட்டுக.
- 37) AB என்னும் தரப்பட்ட நேர் கோட்டில் குறித்த ஒரு புள்ளி P ஆகும். இப்புள்ளியில் தரப்பட்ட நேர்கோடு AB யை தொடும் வட்டங்களின் மையத்தின் ஒழுக்கை பருமட்டான படத்தில் காட்டுக.
- 38) தரப்பட்ட நேர் கோட்டுத் துண்டம் $BC = 4\text{cm}$ ஆகும். $\hat{ABC} + \hat{ACB} = 150^\circ$ ஆகுமாறு அசையும் புள்ளி A இன் ஒழுக்கை காண்க.



- 39) $AB = 5\text{cm}$ ஆக அமைந்த இருநிலையான புள்ளிகள் A, B ஆகும். $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ஆகுமாறு அசையும் C இன் ஒழுக்கை காண்க.

கேத்திர கணித வரலாற்றுக் குறிப்பு

கேத்திர கணிதம் சம்பந்தமான மிகப் பழைய சாதனங்கள் பபிலோன், எகிப்து என்னும் இரு நாடுகளிலிருந்தே கிடைத்துள்ளன. இவற்றுள் முன்னணைவை ஏறத்தாழக் கி.மு 2000 ஆண்டளவில் கனிமண் தகடுகளில் எழுதப்பட்டவை பின்னையவை ஏறத்தாழக் கி.மு 1700 ஆண்டளவில் கணிதமேதை ஆமெசு (Ahmes) என்பவரால் பப்ரைசத்தாளிற் பிரதி செய்யப்பட்டவை. ஆமெசின் காலத்துக்கு முன்பே எகிப்தியர் கேத்திரகணிதம் பற்றி நன்கு அறிந்திருந்தனர்.

விஞ்ஞான முறையான கேத்திரகணித ஆராய்ச்சி சின்னாசியாலிலும் (Asia Minor) கிரீசிலும் முன்னேறி வந்தது இத்துறையில் ஈடுபட்டுப் புகழீட்டிய இருவர் மிலெற்றசு (Miletus) நகரைச் சேர்ந்த கணித மேதை தேலிசு (Thales) என்பவரும் (ஏறத்தாழக் கி.மு 640இல் பிறந்தவர்) அவருடைய மாணவனாகிய பைதகரசு (Pythagoras) என்பவரும் (ஏறத்தாழக் கி.மு 580 இற் பிறந்தவர்) ஆவர் இப்புத்தகத்திற் காணப்படும் 31 ஆம் தேற்றம் பைதகரசின் காலத்துக்கு முன்னே தெரிந்ததொன்றாயினும் அவராலே, முதன் முதல் நிறுவப்பட்டமையால், இன்றும் அது “பைதகரசின் தேற்றம்” என்றே பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

அடுத்த இரு நூற்றாண்டுகளிற் கேத்திரகணித ஆராய்ச்சி சிறப்பாக கணித மேதை பிளேடடோவின் (Plato) பிரசித்திபெற்ற மெய்யியற் கழகத்தால் முன்னேற்றமடைந்தது.

ஏறத்தாழக் கி.மு 300 ஆம் ஆண்டளவில் அலெக்சாந்திரியாவிற் கணிதங்கற்பித்த கணித மேதை யூக்கிளிட்டு (Euclid) என்பவராலேயே முதற்பெரும் கேத்திரகணித நூல் எழுதப்பட்டது அப்பொழுது தெரிந்திருந்த தேற்றங்களெல்லாம் சீரான முறைப்படி ஒழுங்குசெய்யப்பட்டன. தனி தனிப் பகுதிகள் புத்தகங்கள் எனவும் முழுத் தொகுதியும் மூல தத்துவங்கள் எனவும் வழங்கப்படலாயின.

ஏறத்தாழக் கி.மு 800 ஆம் ஆண்டளவில் அராபியர் கணிதவியலைப் பொதுவாக வளர்த்துவந்தனர். அராபியர் வாயிலாகவே கணித மேதை யூக்கிளிட்டின் நூலை மேனாட்டார் அறியும் வாய்ப்புப் பெற்றனர் 12 ஆம் நூற்றாண்டில் யூக்கிளிட்டின் நூல் அரபு மொழியிலிருந்து இலத்தினில் மொழி பெயர்க்கப்பட்டது அதனை மொழிபெயர்த்தவர்களில் பாது (Bath) நகரத்து அதெல்காட்டு (Aethelhard, கி.பி 1120) என்னும் ஆங்கிலப் பாதிரியார் வியந்து கூறத்தக்கவர் கணித மேதை யூக்கிளிட்டின் மூல தத்துவங்கள் என்னும் நூலின் முதல் ஆங்கில மொழிபெயர்ப்பு 1570 ஆம் ஆண்டளவில் அச்சிடப்பட்டது.

இக்காலக் கேத்திரகணிதம் பெரும்பாலும் கணித மேதை யூக்கிளிட்டின் மூல தத்துவங்களையே அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளது. பல்வேறு தேற்றங்களை எடுத்தாளும் முறையும், அவற்றை நிறுவுதற்கு மேற்கொள்ளும் ஒழுங்கும், பயன்படுத்தும் குறியீடுகளும் பெரிதும் திருத்தி அமைக்கப்பட்டுள்ளவாயினும் கணித மேதை யூக்கிளிட்டின் மரபு இன்றும் மாறாதிருக்கின்றது.

1952ஆம் ஆண்டு பெப்ரவரி மாதம் 29ந் திகதி வெளிவந்துள்ள இலங்கை அரசாங்க வர்த்தமானிப் பத்திரிகையில் உதவி நன்கொடை பெறும் தனி மொழிப் பாடசாலைகளுக்கும் இரு மொழி பாடசாலைக்கும் ஆங்கில பாடசாலைக்குமான ஒழுங்கு சட்டத்தின் பிரிவில் பிரசுரிக்கப்பட்டதிருக்கமைய இப்புத்தகங்கள் உயர்தர வகுப்புக்களில் அறிமுறைக்கேத்திரணிதம் படிப்பதற்கு ஒரு பாடப்புத்தகமாக 1969 ஆம் ஆண்டு உபயோகிப்பதற்கு வித்தியாபதி அவர்களால் அங்கீகரிக்கப்பட்டுள்ளது. பின்னர் கா.பொ.தா சாதாரண தர மாணவர்களுக்கு அறிமுகம் ஆகி இன்றுவரை நடைமுறையில் உள்ளது.

தளக் கேத்திரகணிதம் (Plane geometry)

- * ஒரு தளத்திலுள்ள புள்ளிகள், கோடுகள், கோணங்கள் என்பனவற்றினுடைய இயல்புகள் பற்றி கூறுவது தளக் கேத்திரகணிதம் எனப்படும்.
- * கி.மு 300 ஆம் ஆண்டில் வாழ்ந்த யூக்கிளிட்டு (Euclid) என்ற கணிதவியலாளர் கேத்திர கணிதத்தில் பயன்படுத்தத்தக்க பல தேற்றங்களை. ஒழுங்காகக் குறிப்பட்டு Elements என்னும் நூலை உருவாக்கினார்.

தேற்றம் (Theorem)

வெளிப்படையுண்மைகளைக் கொண்டு தர்க்க ரீதியான காரணங்களுடன் உண்மை எனக் காட்டத்தக்க கூற்றுக்கள் தேற்றங்கள் எனப்படும்.

- * தேற்றமானது இரு பகுதிகளை கொண்டது.
(1) தரவு (2) நிறுவவேண்டியது

மறுதலை தேற்றம் (Converse Theorem)

- * இரு தேற்றங்களுள் ஒன்றின் தரவு மற்றையன் முடிவாயும் ஒன்றின் முடிவு மற்றையதன் தரவாயும் இருந்தால் அவ்விரு தேற்றங்களும் ஒன்றுக் கொன்று மறுதலை எனப்படும்.

தேற்றத்தின் மறுதலை உண்மையாகும் என்னும் நியதியில்லை.

கிளைத்தேற்றம் (Corollary Theorem)

ஒரு தேற்றத்திலிருந்து எளிதாக கிடைக்கும் தேற்றம் கிளைத் தேற்றம் எனப்படும்.

ஒரு தேற்றத்தின் நிறுவலை எழுதும் போது கடைப்பிடிக்க வேண்டியவை.

01. உருவத்தை வரைந்து பெயரிடல்
02. தரவு : இது கூடியளவு சுருக்கமாகவும் வரையப்பட்ட உருவத்தை குறிப்பதுமாயும் இருத்தல் வேண்டும்.
03. நிறுவ வேண்டியது : இதனை எழுதும் போது உருவத்திலுள்ள எழுத்துக்களை உபயோகிக்க வேண்டும்.
04. அமைப்பு : அதனை வரையும் முறையை விபரிக்க வேண்டும்.
05. நிறுவல் : வெளிப்படையுண்மைகள், அதற்கு முன்னர் பயன்படுத்திய தேற்றங்கள் காரணங்களை முன்வைத்து ஒரு முடிவுக்கு வருதலாகும்.

ஒரு தேற்றத்தை நிறுவியபின்னர் அதன் கீழ் நிறுவப்பட்டது (நி.ப) என எழுதுவது வழக்கம்.

கேத்திர கணிதத்தில் பயன்படுத்தப்படும் குறியீடுகளின் விளக்கம்.

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| 01. Δ - முக்கோணம் | 02. Δ கள் - முக்கோணங்கள் |
| 03. \square - இணைகரம் | 04. \wedge - கோணம் |
| 05. \therefore - ஆகவே | 06. \therefore - ஏனெனில் |
| 07. $=$ - சமன் | 08. \equiv - சர்வசமன் |
| 09. \parallel - சமாந்தரம் | 10. \parallel - இயல்பொப்பு |
| 11. \perp - செங்குத்து | 12. \approx - அண்ணளவகசமன் |
| 13. நி.வே - நிறுவ வேண்டியது | 14. கி.தே - கிளைத்தேற்றம் |
| 15. 0 - பாகை | 16. / - கலை அல்லது அடி |

அலகு 47

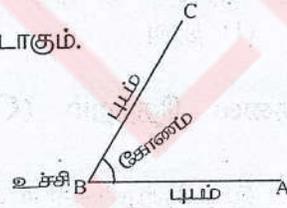
கோணங்கள்

கோணம் (Angle)

இருநேர் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திப்பதால் கோணம் உண்டாகும்.

புள்ளி (point)

இரு நேர் கோடுகள் சந்திக்கும் இடம் புள்ளி ஆகும்.
கோணம் ஒன்றில் இப்புள்ளி உச்சி எனப்படும்.



புயம் (Straight Line)

கோணம் ஒன்றின் கோடுகள் இரண்டும் புயங்கள் எனப்படும்.

கோணம் ஒன்றை பெயரிடும் முறை

- i. $\angle ABC$ ii. கோணம் ABC iii. $\hat{A}BC$ iv. \hat{B}

கோணங்களை அளக்கும் அலகுகள்

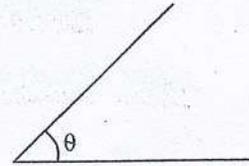
- i. பாகை (Degree) ii. கலை (minute) iii. விகலை (second)

$$1^\circ (\text{பாகை}) = 60' (\text{கலை}) \quad * \quad 1' (\text{கலை}) = 60'' (\text{விகலை})$$

கூர்ங்கோணம் (Acute Angle)

90° இலும்குறைந்த கோணம் கூர்ங்கோணம் எனப்படும்.

$$* 0^\circ < \theta < 90^\circ$$



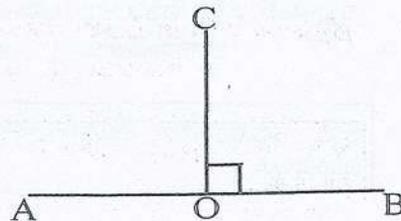
செங்கோணம் (Right angle)

90° ஆனது செங்கோணமாகும்.

$$* \hat{AOC} = 90^\circ$$

$$* \hat{BOC} = 90^\circ$$

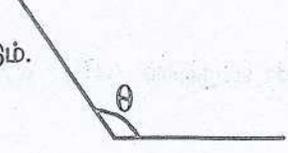
$$* AB \perp OC$$



விரிகோணம் (Obtuse Angle)

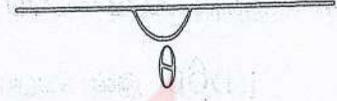
90° க்கும் 180° க்கும் இடையிலான கோணம் விரிகோணம் எனப்படும்.

$$* 90^\circ < \theta < 180^\circ$$



நேர்கோணம் (Straight Angle)

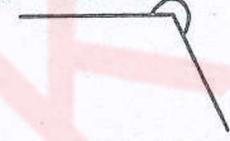
180° ஆனது நேர்கோணம் எனப்படும்.



பின்வளைகோணம் (Reflex Angle)

180° க்கும் 360° க்கும் இடைப்பட்ட கோணம் பின்வளைகோணம் எனப்படும்.

$$* 180^\circ < \theta < 360^\circ$$



நிரப்பு கோணம் (Complementary Angles)

இரு கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 90° எனின் ஒன்று மற்றையதன் நிரப்பு கோணம் எனப்படும்.

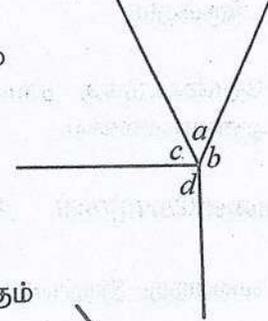
மிகைநிரப்பு கோணம் (Supplementary Angles)

இரு கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 180° எனின் ஒன்றும்மற்றையதன் மிகை நிரப்பு கோணம் எனப்படும்.

அடுத்துள்ள கோணம் (Adjacent Angle)

இரு கோணங்களுக்கு பொதுவான உச்சியும் பொது ஆரைச்சிறையும் உண்டெனின் அவை இரண்டும் அடுத்துள்ள கோணம் எனப்படும்.

$$* a \text{ க்கு அடுத்துள்ள கோணங்கள் } b \text{ யும் } c \text{ யும்}$$



புறக் கோணம் (Exterior angle)

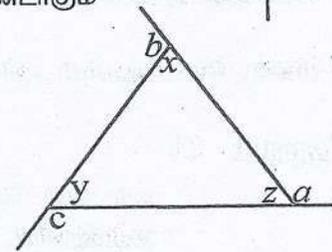
பல்கோணி ஒன்றின் பக்கங்களை ஒழுங்காக நீட்டுவதனால் உண்டாகும் கோணம் புறக்கோணம் எனப்படும்.

$$* a, b, c \Rightarrow \text{புறக்கோணங்கள்}$$

அகக்கோணம் (Interior angle)

பல்கோணி ஒன்றின் யாதாயினும் இரு பக்கங்களினால் அடைக்கப்படும் கோணம் அகக்கோணம் எனப்படும்.

$$* x, y, z \Rightarrow \text{அகக் கோணங்கள்}$$

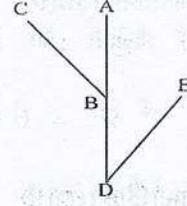


பயிற்சி 47

01. 60° இன்நிரப்பு கோணம் எவ்வளவு?

02. 40° இன் மிகை நிரப்பு கோணம் எவ்வளவு?

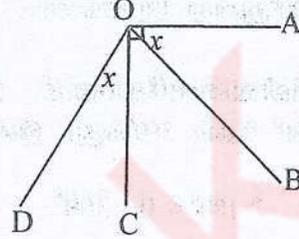
03. உருவில் \hat{ABC}, \hat{ADE} என்பன அடுத்துள்ள கோணமா? காரணம் தருக.



04. உருவில் $\hat{AOB} = \hat{COD} = x^\circ$ உம் $\hat{AOC} = 90^\circ$ ஆகும்.

i. \hat{DOB} இன் பெறுமானத்தை காண்க.

ii. \hat{DOC} இன் நிரப்பு கோணத்தை பெயரிடுக.



அலகு 48

நேர்கோடுகள்

நேர் கோடுகள் (Straight Lines)

* நேராக இருப்பன நேர் கோடுகள் எனப்படும்.

* ஒரு நேர் கோட்டிலுள்ள புள்ளிகள் எல்லாம் ஒன்றுக்கு ஒன்று ஒரே திசையில் இருக்கும்.

* நேர்கோட்டுக்கு நீளம் மாத்திரமுண்டு அதற்கு அகலம், பருமன் போன்ற அளவுகளில்லை.

வளைகோடுகள் (Curved Lines)

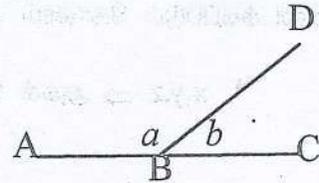
* வளைந்து இருப்பன வளை கோடுகள் எனப்படும்.

* வளை கோட்டிலுள்ள புள்ளிகள் ஒரு திசையாக இருக்கமாட்டது.

தேற்றம் 01

ஒரு நேர் கோட்டை இன்னுமொரு நேர் கோடு சந்திப்பதால் உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்கள் (180°) ஆகும்.

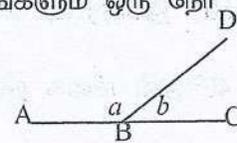
$$\hat{ABD} + \hat{CBD} = 180^\circ$$



தேற்றம் 02

இரு அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரு செங்கோணங்கள் எனின் அவற்றின் பொதுப்பக்கம் அல்லாத இரு பக்கங்களும் ஒரு நேர் கோட்டில் அமையும்.

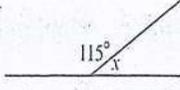
$$a + b = 180^\circ \text{ எனின்} \\ \text{ABC ஒரு நேர்கோடு ஆகும்.}$$



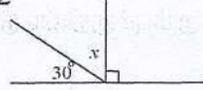
பயிற்சி 48

உருவில் ஆங்கில சிறிய எழுத்தின் பெறுமானத்தை காண்க.

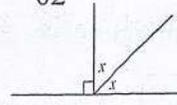
01



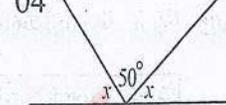
02



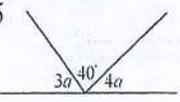
02



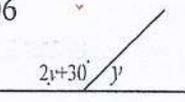
04



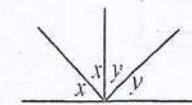
05



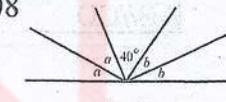
06



07



08



$(x+y) = ?$

$(a+b) = ?$

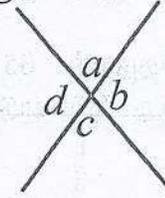
அலகு 49

குத்தெதிர்கோணங்கள் (Vertical Opposite Angles)

தேற்றம் 03

இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் பொது உண்டாகும் குத்தெதிர்க கோணங்கள் பருமனில் சமனாகும்.

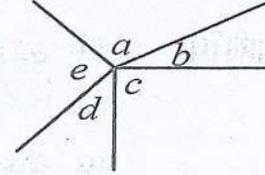
$a = c$ (குத்தெதிர்க கோணம்)
 $b = d$ (குத்தெதிர்க கோணம்)



கிளைத் தேற்றம்

பல நேர்கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திப்பதால் உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.

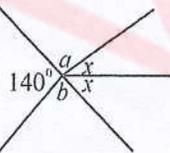
$a + b + c + d + e = 360^\circ$



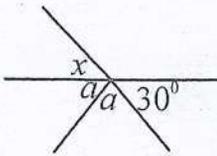
பயிற்சி 49

ஆங்கில சிறிய எழுத்தின் பெறுமானம் காண்க.

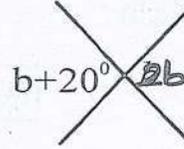
01.



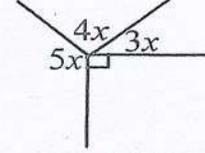
02.



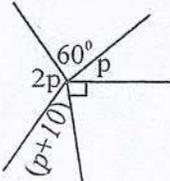
03.



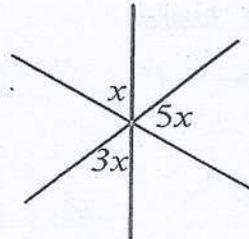
04.



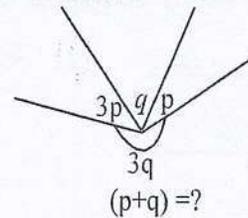
05.



06.



07.

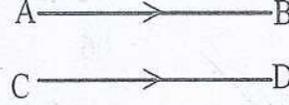


$(p+q) = ?$

* எப்பக்கத்துக்கு எவ்வளவு நீட்டினாலும் ஒன்றையொன்று சந்தியாத ஒரு தளத்து நேர்கோடுகள் சமாந்தர கோடுகள் எனப்படும்.

* இரு நேர் கோடுகள் சமாந்தரமாயின் அவற்றை அம்புக்குறியிட்டுக் காட்டுதல் வேண்டும்.

AB சமாந்தரம் CD
AB//CD



தேற்றம் 04

இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளை குறுக்குக் கோடு வெட்டும் போது உண்டாகும்.

- ஒத்த கோணங்கள் சமன் (Corresponding Angles)
- ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமன் (Alternate Angles)
- நேயக் கோணங்களின் (Allied Angles) கூட்டுத் தொகை 180° ஆகும்.

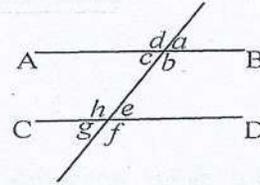
தேற்றம் 05

இரு நேர்கோடுகளை குறுக்கோடு வெட்டுவதால் உண்டாகும்.

- ஒத்த கோணங்கள் சமன் எனின் அல்லது
- ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமன் எனின் அல்லது
- நேயக் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 180° எனின் அவ்விரு நேர்கோடுகளும் சமாந்தரமாகும்.

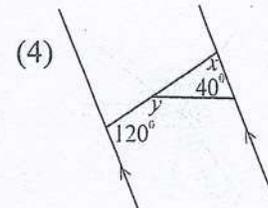
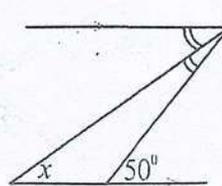
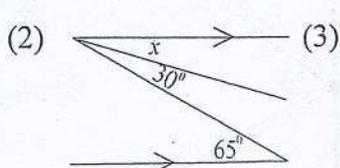
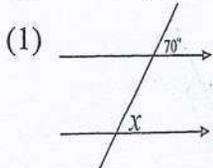
குறிப்பு

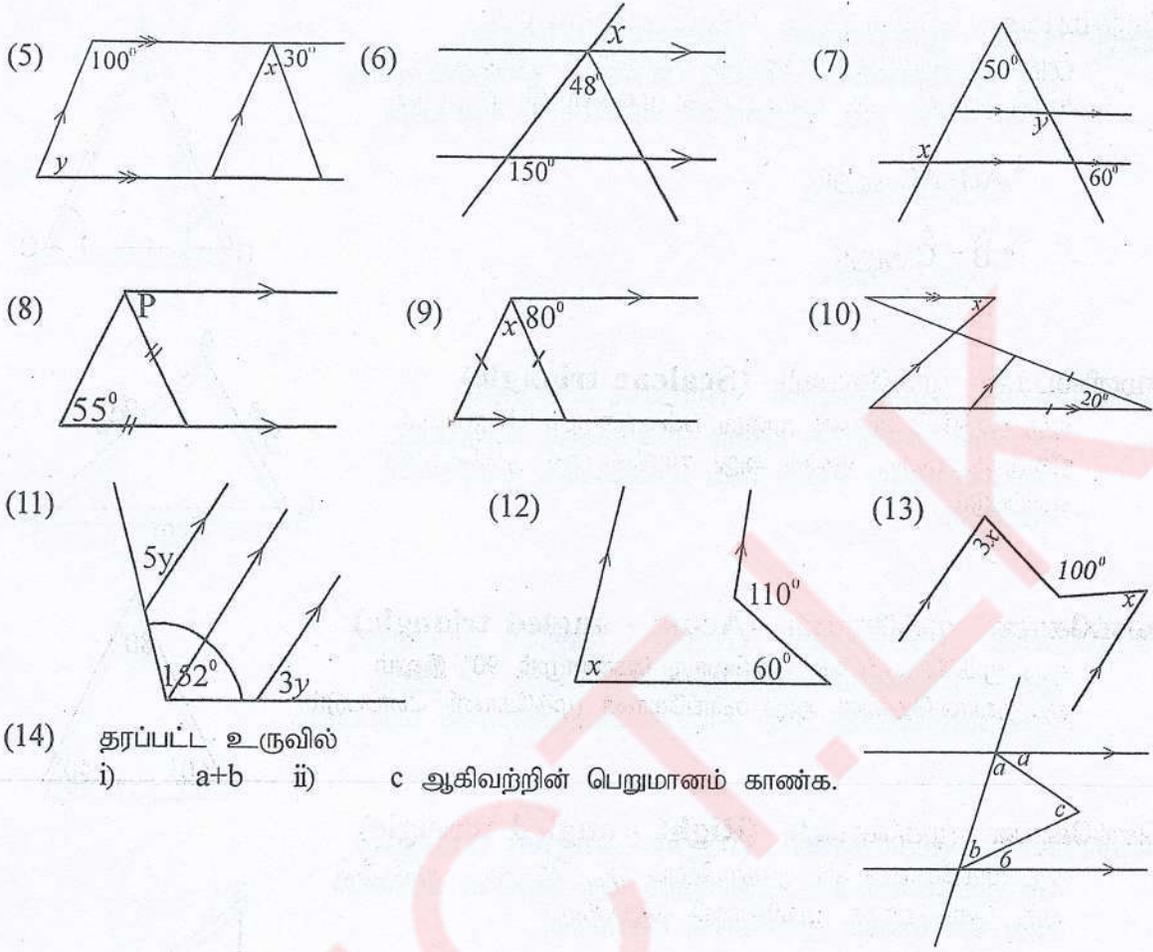
- ஒத்தகோணச் சோடிகள் (a,e)(b,f)(c,g)(d,h)
- ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகள் (b,h)(c,e)
- நேயக்கோணச் சோடிகள் (b,e)(c,h)



பயிற்சி 50

ஆங்கில சிறிய எழுத்தின் பெறுமானம் காண்க.





அலகு 51

முக்கோணிகள்

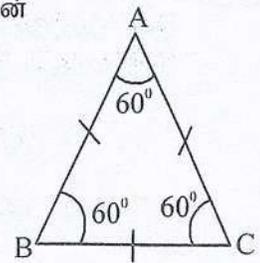
முக்கோணிகள் (Triangles)

- * மூன்றுபக்கங்களால் அடைக்கப்பட்ட தள உருவம் முக்கோணி எனப்படும்
- * ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் மூன்று கோணங்களும் அம்முக்கோணியின் மூலகங்கள் (Elements) எனப்படும்
- * முக்கோணியின் குறியீடு Δ ஆகும்.

சமபக்க முக்கோணி(Equilateral triangle)

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமன் எனின் அது சமபக்க முக்கோணி எனப்படும்.

- * $AB=BC=CA$ ஆகும்.
- * $\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}$ ஆகும்.
- * ஒவ்வொரு கோணமும் 60° ஆகும்.

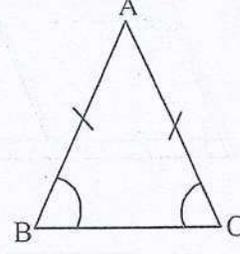


இருசமபக்க முக்கோணி (Isosceles triangle)

ஒரு முக்கோணியின் இரண்டு பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமன் எனின் அது இருசமபக்க முக்கோணி எனப்படும்.

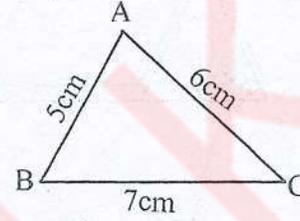
* $AB=AC$ ஆகும்.

* $\hat{B} = \hat{C}$ ஆகும்.



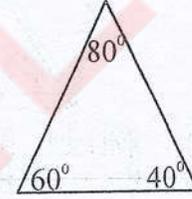
சமனில்பக்க முக்கோணி (Scalene triangle)

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் வேறுப்பட்ட நீளமுடையவை எனின் அது சமனில்பக்க முக்கோணி எனப்படும்.



கூர்ங்கோண முக்கோணி (Acute - angled triangle)

ஒரு முக்கோணியின் ஒவ்வொரு கோணமும் 90° இலும் குறைவானதெனின் அது கூர்ங்கோண முக்கோணி எனப்படும்.

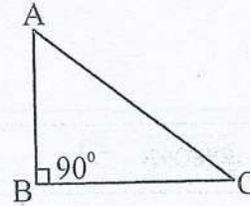


செங்கோண முக்கோணி (Right - angled triangle)

ஒரு முக்கோணியின் யாதாயினும் ஒரு கோணம் 90° எனின் அது செங்கோண முக்கோணி எனப்படும்.

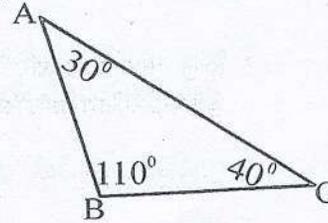
* $\hat{ABC} = 90^\circ$

* AC - செம்பக்கம் (Hypotenuse)



விரிகோண முக்கோணி (Obtuse - angled triangle)

ஒரு முக்கோணியின் யாதாயினும் ஒரு கோணம் 90° இலும் அதிகம் எனின் அது விரிகோண முக்கோணி எனப்படும்.

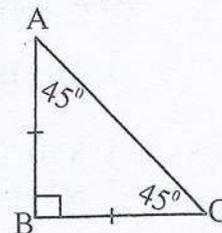


இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணி (isosceles Rightangled triangle)

ஒரு செங்கோண முக்கோணியின் இரண்டு பக்கங்கள் சமன் எனின் அது இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணி எனப்படும்.

* $AB = BC$

* $\hat{BAC} = \hat{ACB} = 45^\circ$

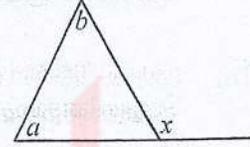


முக்கோணி ஒன்றின் கோணங்கள் (Angles of Triangles)

தேற்றம் 06

முக்கோணியின் பக்க ஒன்றை நீட்டுவதால் அமையும் புறக்கோணம் அதன் அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகைக்கு சமனாகும்.

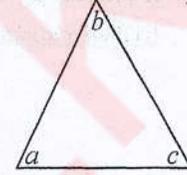
$$x = a + b \text{ (பு.கோ = அ.எ.கோ.கூ.தொ)}$$



தேற்றம் 07

முக்கோணிகளின் அகக்கோணங்கள் மூன்றினதும் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்கள் ஆகும்.

$$a + b + c = 180^\circ$$



பயிற்சி 51

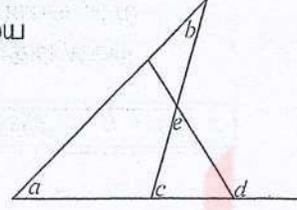
உருவில் காணப்படும் தகவலுக் கேற்ப x இன் பெறுமானத்தை காண்க.

- (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) $x + y = ?$
 $\hat{A}DB = ?$ (12) (13)

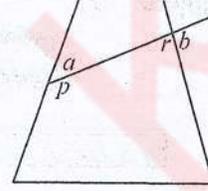
(14) ஒரு முக்கோணியின் இரு அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 100° எனின், எஞ்சிய அகக் கோணத்தின்பருமனைப் பாகையில் எழுதுக.

(15) இரு சமபக்கச் செங் கோணமுக்கோணி ஒன்றின் ஆகவும் பெரிய கோணத்தின் பெறுமானம் 90° ஆகும் இவ்வுண்மையை காரணங்களுடன் உறுதிப்படுத்துக.

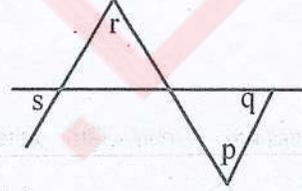
(16) தரப்பட்டுள்ள தகவல்களை பயன்படுத்தி e யின் பெறுமானத்தை a, b, d என்பவற்றில் பெறுக.



(17) உருவில் $a = b$ ஆகவும் $p = 105^\circ$ ஆகவும் இருப்பின் r இன் பெறுமானத்தை காண்க.



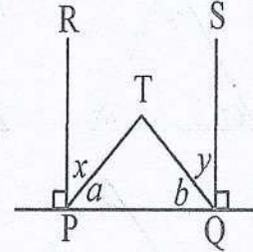
(18) உருவில் s இன் பெறுமானத்தை p, q, r சார்பில் தருக.



(19) உருவில் RP யும் SQ விற்கு செங்குத்தானவை $x = y$ எனின்

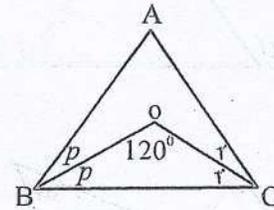
i) a யிற்கும் b யிற்குமிடையே உள்ள தொடர்புடமை ஒன்றை கூறுக.

ii) TPQ எவ்வகை முக்கோணி



(20) உருவில் $\hat{BOC} = 120^\circ$ ஆகும்.

(i) $p+r$ (ii) \hat{BAC} யை காண்க.



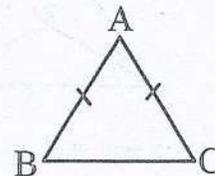
அலகு 52 இருசமபக்க முக்கோணிகள் (isosceles Triangles)

தேற்றம் 08

முக்கோணி ஒன்றின் இருபக்கங்கள் சமன் எனின் சமனான பக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் இரண்டும் சமனாகும்.

$AB = AC$ எனின்

$\hat{ACB} = \hat{ABC}$

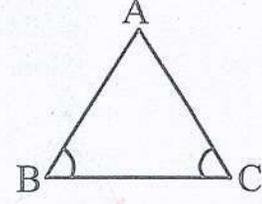


தேற்றம் 09

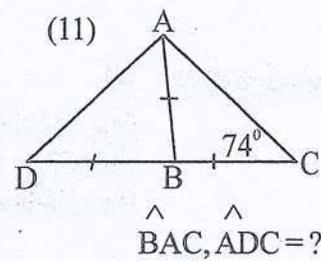
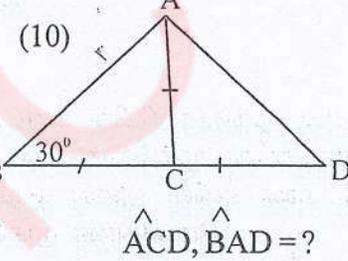
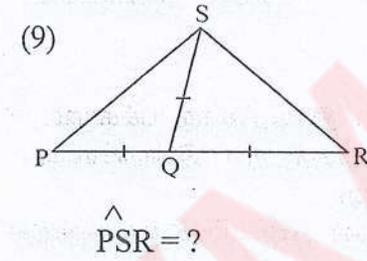
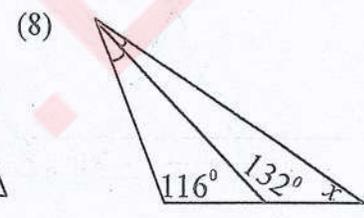
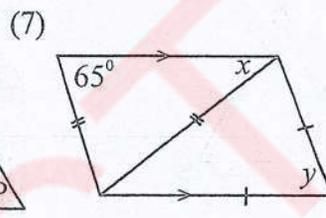
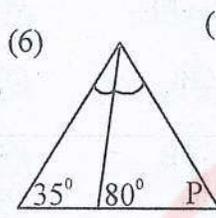
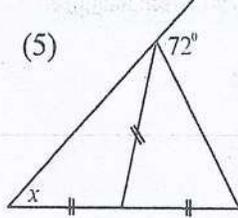
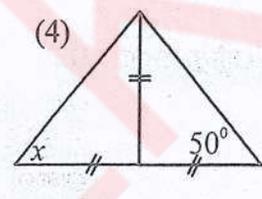
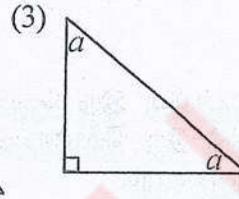
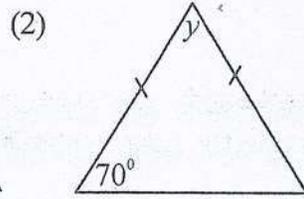
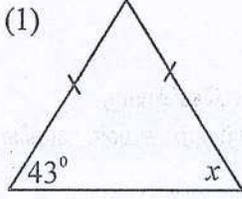
முக்கோணி ஒன்றின் இரு கோணங்கள் சமனெனின் சமனான கோணங்களுக்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்கள் இரண்டும் சமனாகும்.

$$\hat{ACB} = \hat{ABC} \text{ எனின்} \\ AB = AC$$

பயிற்சி 52



ஆங்கில சிறிய எழுத்தின் பெறுமானம் காண்க.



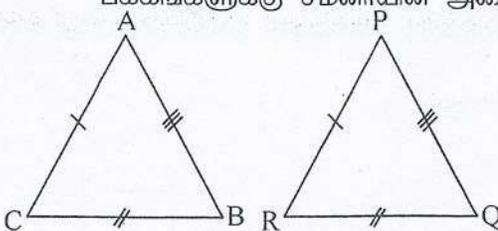
அலகு 53 முக்கோணிகளின் ஒருங்கிசைவு (Congruent of Triangles)

இரண்டு முக்கோணிகள் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்துமாயின் அவை இரண்டும் ஒருங்கிசையும்.

ஒருங்கிசைவின் குறியீடு \equiv (சர்வசமன்)

நிபந்தனை 01

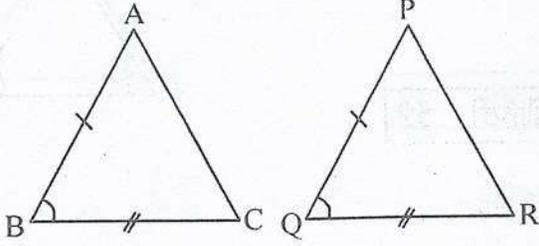
ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் இன்னொரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களுக்கு சமனாயின் அவை இரண்டும் ஒருங்கிசையும்.



$$\Delta ABC, \quad \Delta PQR \text{ என்பவற்றில்} \\ AB = PQ \\ BC = QR \\ AC = PR \\ \Delta ABC \equiv \Delta PQR \text{ (ப.ப.ப)}$$

நிபந்தனை 02

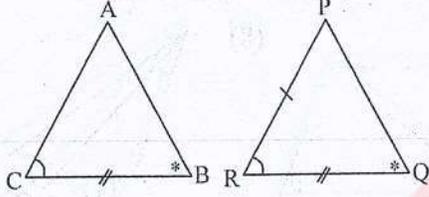
ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களும் அடை கோணமும், வேறொரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களுக்கும் அடை கோணத்திற்கும் சமன் ஆயின் அவை இரண்டும் ஒருங்கிசையும்.



$$\begin{aligned} \Delta ABC, & \quad \Delta PQR \text{ என்பவற்றில்} \\ AB & = PQ \\ \hat{A} & = \hat{P} \\ BC & = QR \\ \Delta ABC & \equiv \Delta PQR \text{ (ப.கோ.ப)} \end{aligned}$$

நிபந்தனை 03

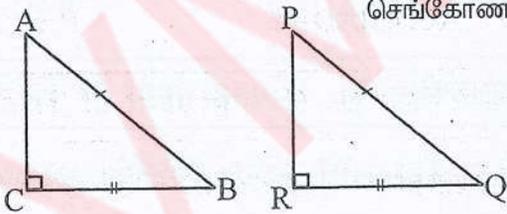
ஒரு முக்கோணியின் இரு கோணங்களும், ஒரு பக்கமும், வேறொரு முக்கோணியின் இரு கோணங்களுக்கும் ஒத்த பக்கத்திற்கும் சமன், எனின் அவை ஒருங்கிசையும்.



$$\begin{aligned} \Delta ABC, & \quad \Delta PQR \text{ என்பவற்றில்} \\ \hat{A} & = \hat{P} \\ \hat{C} & = \hat{Q} \\ BC & = QR \\ \Delta ABC & \equiv \Delta PQR \text{ (கோ.கோ.ப)} \end{aligned}$$

நிபந்தனை 04

ஒரு செங்கோண முக்கோணியின் செம்பக்கமும், இன்னுமொரு பக்கமும் வேறொரு செங்கோண முக்கோணியின் செம்பக்கத்திற்கும், இன்னுமொரு பக்கத்திற்கும் சமன் எனின் அவை ஒருங்கிசையும்



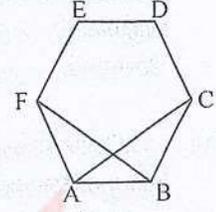
செங்கோண முக்கோணிகள் ABC, PQR என்பவற்றில்

$$\begin{aligned} AB & = PQ \\ BC & = QR \\ \Delta ABC & \equiv \Delta PQR \text{ (செ.ப.ப)} \end{aligned}$$

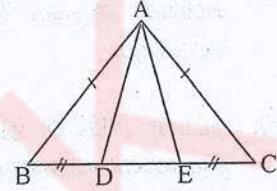
இரண்டு முக்கோணிகள் ஒருங்கிசையுமாயின் அவை கொண்டுள்ள பண்புகள்

- சமமான பக்கங்களுக்கு எதிரெயிருக்கும் கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகும்
- சமமான கோணங்களுக்கு எதிரெயிருக்கும் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகும்.
- இரண்டினதும் பரப்பளவுகள் சமனாகும்.

01. உருவில் ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணி ABCDEF காணப்படுகின்றது
AC = FB ஆக இருப்பதற்கான காரணங்களை காட்டுக.



02. முக்கோணி ABC யில் AB = AC யும் BD = CE யும் ஆகும்
ஒருங்கிசையும் முக்கோணி சோடிகள் இரண்டை குறிப்பிடுக.



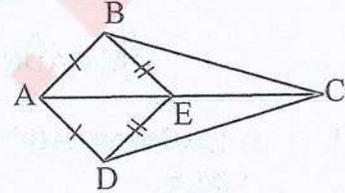
03. முக்கோணி ABC யில் $\angle ABC = 40^\circ$ உம் $\angle ACB = 60^\circ$ உம்

முக்கோணி DEF இல் $\angle DEF = 40^\circ$ உம் $\angle EDF = 80^\circ$ உம்

முக்கோணி XYZ இல் $\angle XYZ = 30^\circ$ உம் $\angle XZY = 80^\circ$ உம் ஆகும்

மேலும் BC = EF = XY எனின் அத்தகவல்களை காட்டும் படும்படிபடத்தை வரைந்து
ஒருங்கிசையும் முக்கோணச் சோடியைப் பெயரிடுக.

04. உருவில் உள்ள தகவல்களைக்கேற்ப மூன்று
ஒருங்கிசையும் முக்கோணச் சோடிகளை பெயரிடுக.



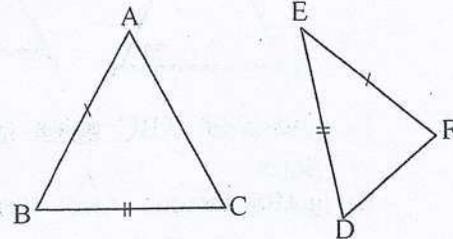
05. ABC, DEF என்னும் இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவதற்கு தேவையான இரு
நிபந்தனைகள் வரிப்படத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ளன அதற்கு தேவையான மூன்றாவது
நிபந்தனையாக மாணவர்கள் எழுதிய விடைகள் கீழே காணப்பட்டுள்ளன அவற்றில்
சரியான விடைகளுக்கு கீழே கோடிடுக.

(i) $\angle ABC = \angle DEF$

(ii) $\angle BAC = \angle EFD$

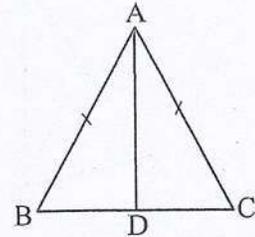
(iii) $\angle ACB = \angle EDF$

(iv) AC = FD

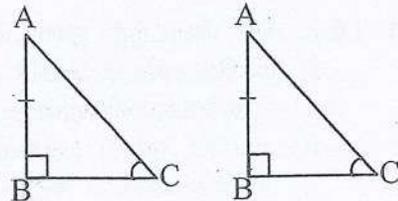


06. உருவில் ABC என்பது ஒரு இருசமபக்க முக்கோணி அதில்

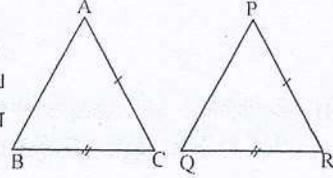
ABD, ACD ஆகிய முக்கோணிகள் ஒருங்கிசையுமெனின் $\angle ADB$
இன் பெறுமானத்தை காண்க உமது விடைக்குக் காரணங்களை
தருக?



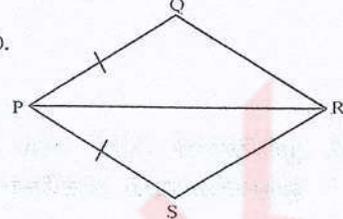
07. இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைகின்றன அவை
ஒருங்கிசையும் சந்தர்பத்தை குறிப்பிடுக.



08. உருவில் உள்ள தரவுகளுக்கேற்ப ABC, PQR ஆகிய இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவதற்கு கோணம் ACB யிற்குப் பருமனில் சமமாக இருக்க வேண்டிய முக்கோணி PQR இன் கோணம் யாது?



09. முக்கோணிகள் PQR, PSR ஆகியவற்றில் $PQ = PS$ ஆகும். இம்முக்கோணிகள் இரண்டும் ஒருங்கிசைவதற்கு சமமாக இருக்க வேண்டிய கோணச் சோடியினை பெயர்டுக.

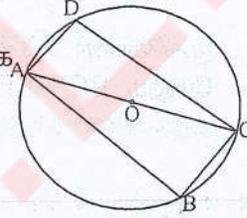


10. வட்டம் ABCD இன் மையம் O நேர்கோடு AOC ஆகும். $\triangle ABC$ யும் $\triangle ADC$ யும் ஒருங்கிசைவானவை எனநிறுவுவதற்கு மாணவன் ஒருவன் பின்வரும் இருபடிகளை எழுதினான்.

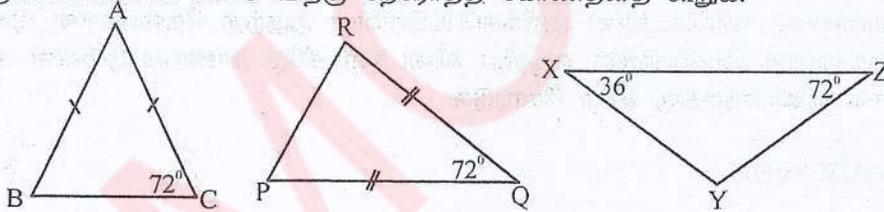
- i) நிறுவலை பூர்த்தி செய்வதற்கு தேவையான முன்றாவது படிகளை மாத்திரம் எழுதுக.
ii) பயன்படுத்தப்பட்ட ஒருங்கிசையாலயும் வகையையும் எழுதுக.

$$BC = AD \text{ (தரவு)}$$

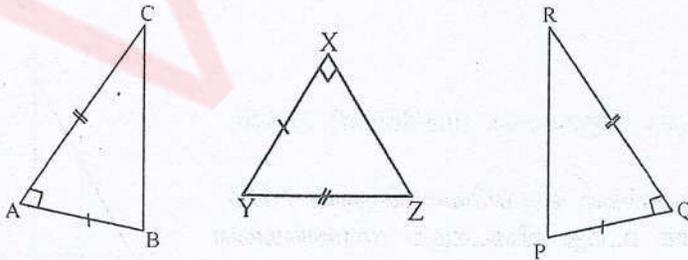
$$\hat{A}BC = \hat{A}DC \text{ (தரவு)}$$



11. i) முக்கோணி ABC இற்கு ஒருங்கிசைவான முக்கோணி ஒன்றின் பெயரைத் தருக.
ii) முக்கோணியில் $\hat{A}BC$ யிற்கு நேரொத்த கோணத்தை கூறுக.

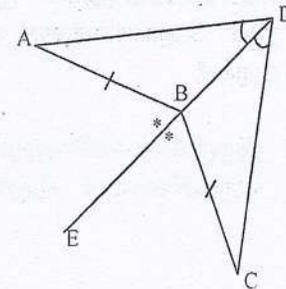


12. i) முக்கோணி ABC இற்கு ஒருங்கிசைவான முக்கோணி ஒன்றின் பெயரைத் தருக.
ii) முக்கோணியில் $\hat{A}BC$ யிற்கு நேரொத்த கோணத்தை கூறுக.



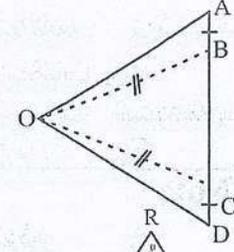
13. DBE நேர் கோட்டுத் துண்டம் $AB = BC$, $\hat{A}BE = \hat{C}BE$ ஆகும்

- i) முக்கோணிகள் ABD உம் CBD உம் ஒருங்கிசைகின்றனவா?
ii) ஆயின் அவை ஒருங்கிசைவதற்கான நிபந்தனையை கூறுக.

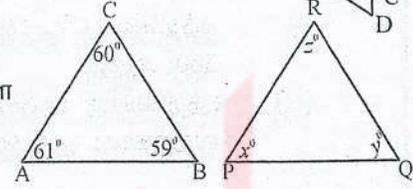


14. வரிப்படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு $AB = CD$, $BO = OC$ எனின்

- ஒரு சோடி ஒருங்கிசையும் முக்கோணிகளையும்
- ஒருங்கிசைவின் பொருத்தமான வகையையும் தருக



15. உருவில் காணப்படும் ABC, PQR என்னும் இருமுக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைகின்றன தரப்பட்டுள்ள தகவல்களைக் கொண்டு x, y, z ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



அலகு 54

பல்கோணி (Polygon)

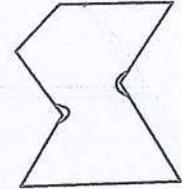
- மூன்று அல்லது மூன்றுக்கு மேற்பட்ட நேர்கோடுகளினால் வரையப்பட்டதனவுருவம் பல்கோணி எனப்படும்.
- பல்கோணி இரு வகைப்படும்
 - குவிவுப் பல்கோணி
 - குழிவுப் பல்கோணி

குவிவுப் பல்கோணி (Convex Polygon)

ஒரு பல்கோணியின் ஒவ்வொரு அகக் கோணமும் 180° இலும் குறைவானது எனின் அது குவிவுப்பல்கோணி எனப்படும்.

குழிவுப் பல்கோணி (Concave Polygon)

ஒரு பல்கோணியின் ஒன்று அல்லது ஒன்றினதும் கூடிய அகக் கோணங்கள் 180° இலும் அதிகம் எனின் அது குழிவுப் பல்கோணி எனப்படும்.



ஒழுங்கான பல்கோணி (regular polygon)

பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகவும் கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகவும் உள்ள பல்கோணி ஒழுங்கான பல்கோணி எனப்படும்.

ஒழுங்கான பல்கோணியின் பண்புகள்.

- எல்லா பக்கங்களும் சமன்
- எல்லா அகக் கோணங்களும் சமன்
- எல்லா புறக் கோணங்களும் சமன்

சமகோணபல்கோணி (Equiangular Polygon)

ஒரு பல்கோணியின் எல்லாகோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமன் எனின் அது சமகோண பல்கோணியாகும்.

Eg : செவ்வகம்

சமபக்க பல்கோணி (Equilateral Polygon)

ஒரு பல்கோணியில் எல்லாப்பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமன் எனின் அது சமபக்க பல்கோணி எனப்படும்

Eg : சாய்சதுரம்

Note

(i) எந்தவொரு குவிவுப்பல்கோணியினதும் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.

(ii) எந்தவொரு பல்கோணியினதும் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகைகாணுவதற்கான சூத்திரம் $(n - 2) 180^\circ$ ஆகும் (n - பக்கங்களின் எண்ணிக்கை)

(iii) பக்கங்களின் எண்ணிக்கை = $\frac{360^\circ}{\text{புறக்கோணம்}}$

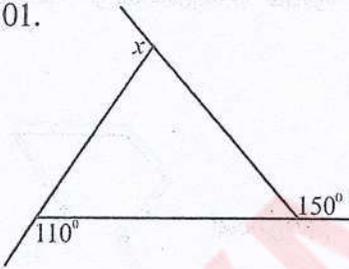
(iv) ஒரு புறக்கோணம் = $\frac{360^\circ}{\text{பக்கங்களின் எண்ணிக்கை}}$

(v) ஒரு அகக் கோணம் + ஒருபுறக்கோணம் = 180°

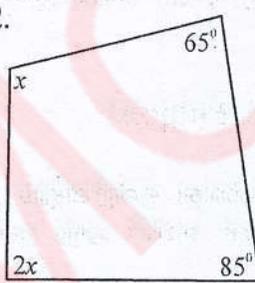
பயிற்சி 54

ஆங்கிலத்திசிறிய எழுத்தின் பெறுமானம் காண்க.

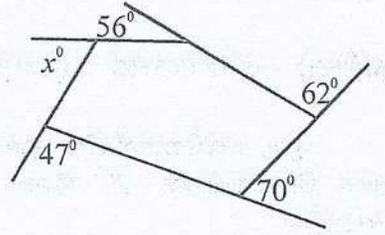
01.



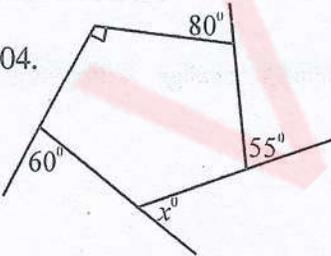
02.



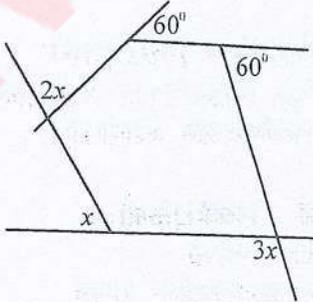
03.



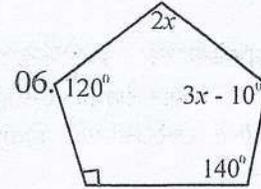
04.



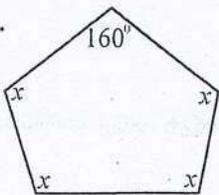
05.



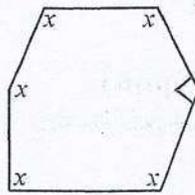
06.



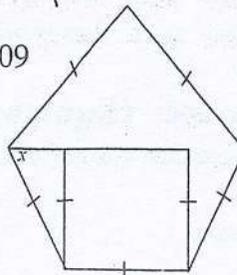
07.

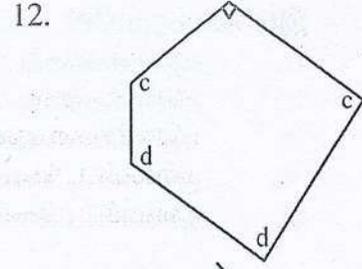
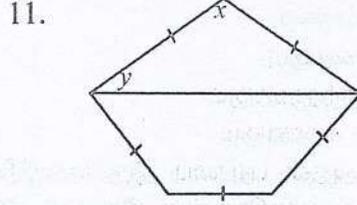
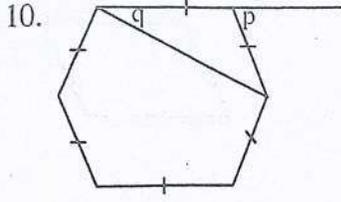


08.

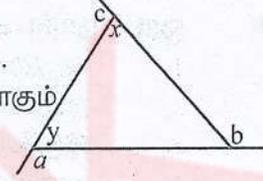


09.





- (13) (i) $(x + y + z)$ இன் பெறுமானத்தை பாகையில் குறிப்பிடுக.
(ii) $(a + b + c)$ என்பது $(x + y + z)$ இன் எத்தனை மடங்காகும்



- (14) புறக்கோணங்கள் ஒன்று 24° ஆக இருக்கும் ஒழுங்கான பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.
- (15) ஒழுங்கான பல்கோணியொன்றின் ஒரு அகக் கோணம் 144° ஆகும்.
(i) புறக்கோணத்தின் பெறுமானம் யாது?
(ii) பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை காண்க
- (16) (i) குவிவுப் பல்கோணி ஒன்றின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை யாது?
(ii) ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணமொன்று 156° எனின் அப்பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.
- (17) ஒழுங்கான குவிவுப்பல்கோணி ஒன்றின் ஓர் அகக் கோணம் 160° இப்பல்கோணிக்கு எத்தனை பக்கங்கள் உண்டு.
- (18) ஒரு ஒழுங்கான பல்கோணி 10 பக்கங்களையுடையது அதன் அகக்கோணமொன்றின் பருமனை காண்க.
- (19) ஐங்கோணி ஒன்றின் நான்கு உச்சிகளின் புறக் கோணங்களின் 60° , 85° , 105° ஆகும் எஞ்சிய புறக்கோணத்தை காண்க.
- (20) ஓர் ஐங்கோணியின் நான்கு அகக்கோணங்கள் 110° , 85° , 115° , 70° எனின் எஞ்சிய அகக்கோணத்தை காண்க.

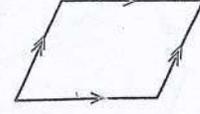
அலகு 55

நாற்பக்கல்கள்

- நான்கு பக்கங்களினால் அடைக்கப்பட்ட தளவுருவம் நாற்பக்கல் எனப்படும்
- இணைகரத்தின் வரைவிலக்கணம்
ஒரு நாற்பக்கலின் இரண்டு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தரமாயின் அது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

■ இணைகரத்தின் பண்புகள்.

1. எதிர்பக்கங்கள் சமனாகும்
2. எதிர்பக்கங்கள் சமாந்தரமாகும்
3. எதிர்க்கோணங்கள் சமனாகும்
4. மூலைவிட்டங்கள் அதன் பரப்பை இருசமகூறிடும்
5. மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமகூறிடும்



■ ஒரு நாற்பக்கல் இணைகரமாவதற்கு வேண்டிய நிபந்தனைகள்

1. இருசோடி எதிர்பக்கங்களும் சமனாயிருத்தல் அல்லது
2. இருசோடி எதிர்ப்பங்களும் சமாந்தரமாயிருத்தல் அல்லது
3. இருசோடி எதிர்க்கோணங்கள் சமனாயிருத்தல் அல்லது
4. மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமகூறிடுதல் இல்லது
5. ஒருசோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனும் சமாந்தரமாயிருத்தல்

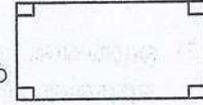
■ மறுதலை உண்மை அல்லாத இணைகரத்தின் பண்பு
மூலைவிட்டங்கள் அதன் பரப்பை இருசமகூறிடும்

■ செவ்வகத்தின் வரைவிலக்கணம்

ஒரு இணைகரத்தின் ஒருகோணம் செங்கோணம் எனின் அது செவ்வகம் ஆகும்.

■ செவ்வகத்தின் பண்புகள்

1. எதிர்பக்கங்கள் சமனாகும்
2. மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமகூறாக்கும்
3. மூலைவிட்டம் ஒவ்வொன்றும் அதன்பரப்பை இருசமகூறாகும்
4. எல்லாக் கோணங்களும் செங்கோணங்களாகும்
5. மூலைவிட்டங்கள் இரண்டும் சம நீளமுடையது

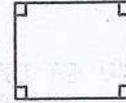


■ சதுரத்தின் வரைவிலக்கணம்

செவ்வகத்தின் ஒரு சோடி அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமனாயின் அது சதுரம் ஆகும்

■ சதுரத்தின் பண்புகள்

1. எல்லாப் பக்கங்களும் சமனாகும்
2. எல்லாக் கோணங்களும் சமனாகும்
3. மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்கோணத்தில் இருசமகூறிடும்
4. மூலைவிட்டங்கள் சமனாகும்
5. மூலைவிட்டங்கள் அதன் உச்சிகோணங்களை இரு சம பகுதிகளாக பிரிக்கும்

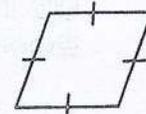


■ சாய்சதுரத்தின் வரைவிலக்கணம்

ஒரு இணைகரத்தின் ஒருசோடி அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமனாயின் அது சாய்சதுரம் ஆகும்

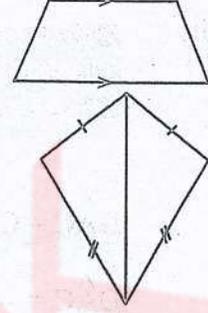
■ சாய்சதுரத்தின் பண்புகள்

1. எல்லாப் பக்கங்களும் சமனாகும்
2. எதிர்க்கோணங்கள் சமனாகும்



3. மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்கோணத்தில் இருசமகூறிடும்
4. மூலைவிட்டங்கள் உச்சிக்கோணங்களை இருசமகூறாக்கும்

- சரிவகத்தின் வரைவிலக்கணம்
ஒரு நாற்பக்கலின் ஒருசோடி எதிர்பக்கங்கள் சமாந்தரமான இருப்பின் அது சரிவகம் ஆகும்



- பட்டத்தின் வரைவிலக்கணம்
ஒரு நாற்பக்களில் அடுத்துள்ள பக்கங்கள் தனித்தனியாக சமனாக இருப்பின் அது பட்டம் என அழைக்கப்படும்.

தேற்றம் 13

இணைகரமொன்றின்

1. எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாகும்
2. எதிர்கோணங்கள் சமனாகும்
3. ஒவ்வொரு மூலைவிட்டமும் அதன் பரப்பளவை இருசமகூறிடும்

தேற்றம் 14

ஒரு இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமகூறிடும்

தேற்றம் 15

நாற்பக்கலொன்றின் ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனும் சமாந்தரமுமாயின் அந்நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாகும்.

தேற்றம் 16

நாற்பக்கலொன்றின் இருசோடி எதிர்ப்பக்கங்களும் சமன் எனின் அந்நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாகும்.

தேற்றம் 17

நாற்பக்கலொன்றின் இருசோடி எதிர்கோணங்களும் சமன் எனின் அந்நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாகும்.

தேற்றம் 18

நாற்பக்கலொன்றின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருநமகூறிடுமாயின் அந்நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாகும்.

பயிற்சி 55

01. இணைகரம் ABCD இன் மூலை AC யினால் \hat{DAB} இரு கூறிடப்படுகின்றது ABCD ஒரு சாய்சதுரம் என்பதை நிறுவுவதற்கு மாணவன் ஒருவன் எழுத வேண்டிய விடை கீழே வெற்றிடங்களுடன் தரப்பட்டுள்ளது அவ்வெற்றிடத்தை நிரப்புக.

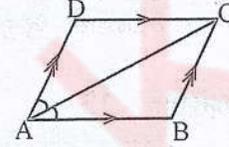
$$\hat{DAC} = \hat{CAB} \text{ (AC யினால் } \hat{DAB} \text{ இரு கூறிடப்பட்டுள்ளது)}$$

$$\hat{DAC} = \text{—————} \text{ (ஒன்று விட்ட கோணம்)}$$

$$\hat{CAB} = \hat{ACB}$$

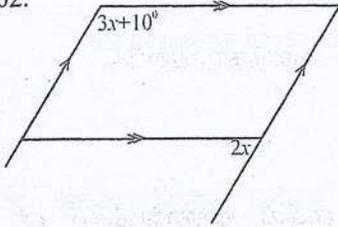
$$\therefore AB = \text{—————} \text{ (முக்கோணியின் சம கோணங்களுக்கு எதிரே உள்ள பக்கம்)}$$

ABCD ஒரு சாய்சதுரம் _____ ஆகையால்

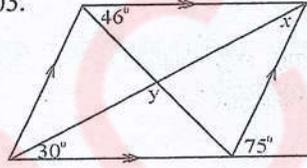


ஆங்கில சிறிய எழுத்தின் பெறுமானத்தை காண்க.

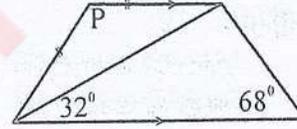
02.



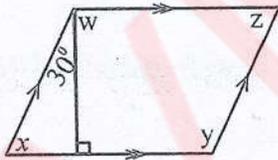
03.



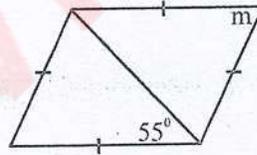
04.



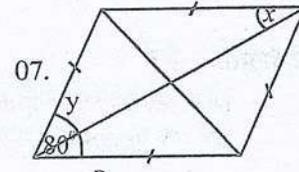
05.



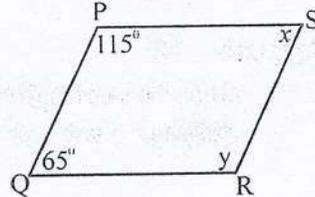
06.



07.

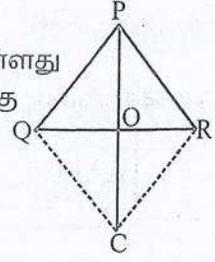


- (8) தரப்பட்ட நாற்பக்கலில் $PS = QR$ ஆகும்.
 (i) x, y ஆகியன அடங்கிய சமன்பாடு ஒன்றை எழுதுக.
 (ii) PQRS எவ்வகையான நாற்பக்கல்

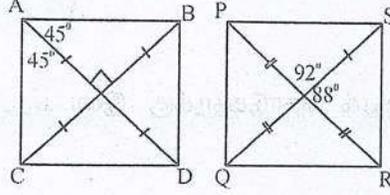


- (9) இணைகரமொன்றின் மூலைவிட்டங்களின் இரு இயல்புகளை எழுதுக.
 (10) சாய்சதுர மொன்றின் மூலை விட்டங்களின் இரு இயல்புகளை எழுதுக.
 (11) சதுரத்தையும் சாய்சதுரத்தையும் வேறுபடுத்தி காட்டும் இரு சிறப்பியல்புகளை குறிப்பிடுக.

- (12) படத்திலுள்ள முக்கோணி PQR இலே QR இன் நடுப்புள்ளி O ஆகும் PO=OC ஆகமாறு PO ஆனது C இற்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது நாற்பக்கில் PQCR ஆனது ஓர் இணைகரமாகும் என நிறுவுவதற்கு நீர் பயன்படுத்த வேண்டிய தேற்றத்தை எழுதுக.



- (13) வரிப்படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள தரவின் படி
i) செவ்வகத்தின் ii) சதுரத்தின் பெயரை எழுதுக.

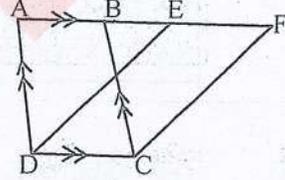


அலகு 56 முக்கோணிகளினதும் இணைகரங்களினதும் பரப்பளவுகள் தொடர்பான தேற்றம்

தேற்றம் 19

ஒரே அடியிலும் ஒரே சமாந்தரக் கோடுகளுக்கு இடையிலும், அமைந்த இணைகரங்களின் பரப்பளவுகள் சமம்.

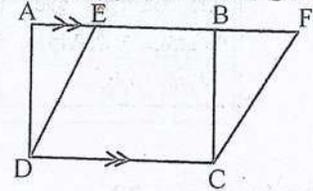
DC - பொது அடி
DC, AF - சமாந்தர கோடுகள்
 $\square ABCD = \square CDEF$



குறிப்பு :

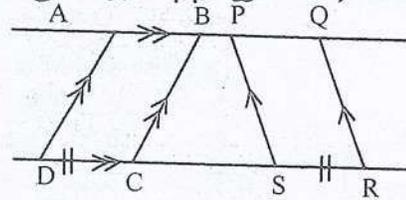
* ஒரே அடியிலும், ஒரே சமாந்தரக் கோடுகளுக்கு இடையிலும் அமைந்த இணைகரமும், செவ்வகமும் பரப்பளவில் சமன்.

செவ்வகம் ABCD = இணைகரம் CDEF



* சம அடிகளையும், ஒரே சமாந்தரக் கோடுகளுக்கு இடையிலும் அமைந்த இணைகரங்கள் பரப்பளவில் சமன்.

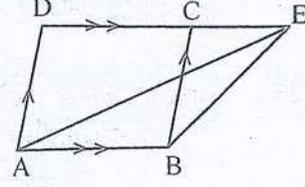
DC = SR எனின்
 $\square ABCD = \square PQRS$



தேற்றம் 20

ஒரே அடியிலும் ஒரே சமாந்தரக் கோடுகளுக்கு இடையிலும், அமைந்துள்ள முக்கோணியின் பரப்பளவு, இணைகரத்தின் பரப்பளவின் அரைப்பங்காகும்.

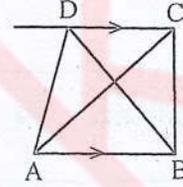
$$\Delta ABE = \frac{1}{2} \square ABCD$$



தேற்றம் : 21

ஒரே அடியிலும் ஒரே சமாந்தரக் கோடுகளுக்கு இடையிலும், அமைந்துள்ள முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகள் சமன்.

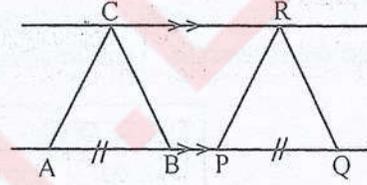
$$\Delta ABC = \Delta ABD$$



குறிப்பு

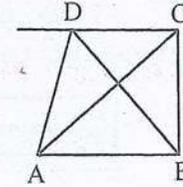
சம அடியிலும் ஒரே சமாந்தரங்களுக்கு இடையிலும் அமைந்துள்ள முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகள் சமன்

$$AB = PQ \text{ எனின் } \Delta ABC = \Delta PQR$$



ஒரே அடியிலும், அந்த அடியின் ஒரே பக்கத்திலும் அமைந்துள்ளன. முக்கோணிகளின் பரப்பளவில் சமன் எனின் அவை ஒரே சமாந்தர கோடுகளுக்கு இடையில் அமையும்.

$$AB \text{ பொது அடி} \\ \Delta ABC = \Delta ABD \\ \therefore AB \parallel DC$$

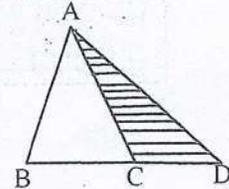


தேற்றம் : 22

அடிகள் ஒரே கோட்டில் அமைந்து பொது உச்சியைக் கொண்ட முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகள் அவற்றின் அடிகளுக்கு விகிதமானாகும்

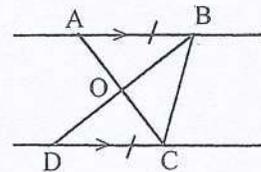
- * A பொது உச்சி
- * BCD நேர் கோடு

$$1 \quad \Delta ABC : \Delta ACD = BC : CD \\ 2 \quad \Delta ABC : \Delta ABD = BC : BD$$

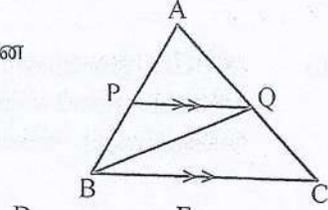


பயிற்சி 56

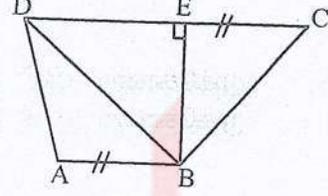
01. உருவில் $AB \parallel DC, AB=DC$ ஆகும், பரப்பளவில் சமமான முக்கோணச்சோடி ஒன்றை குறிப்பிடுக.



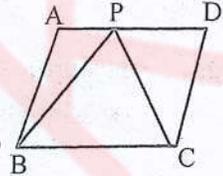
02. உருவில்காணப்படும் தகவலுக்கேற்ப பரப்பளவில் சமமான முக்கோணச்சோடி ஒன்றைப் பெயரிடுக.



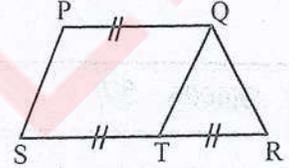
03. உருவில் AB, DC எனும் கோடுகள் சமாந்தரம் $AB=EC$ எனின் முக்கோணி DAB யும் முக்கோணி ECB யும் பரப்பளவில் சமமாக இருப்பதற்குரிய காரணங்களை எழுதுக.



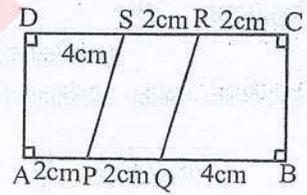
04. இணைகரம் ABCD இன் பக்கம் AD மீது P இருக்கிறது முக்கோணி PBC யின் பரப்பளவு x எனவும் இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு y ஆகவும் இருப்பின் x, y ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பை கோவையாக எழுதுக.



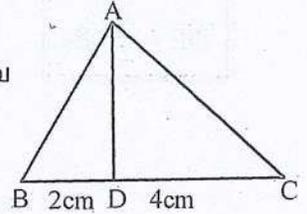
05. முக்கோணி QRT யின் பரப்பளவு சரிவகம் PQTS இன் பரப்பளவுக்கு என்ன பின்னம்



06. நாற்பக்கல் ABCD யினதும் PQRS இனதும் பரப்பளவுகளுக்க இடையே உள்ள விகிதத்தை காண்க.

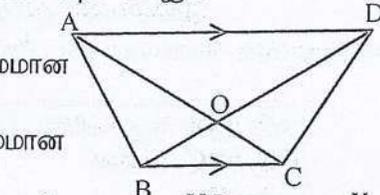


07. உருவிலே BDC ஒரு நேர் கோடு முக்கோணி ABD யின் பரப்பளவு 6cm^2 ஆகும் முக்கோணி ABC யின் பரப்பளவை காண்க.

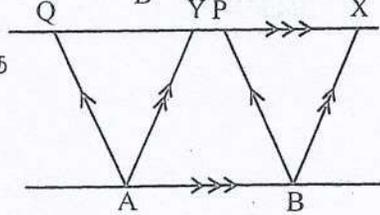


08. நாற்பக்கல் $AB \parallel CD$ யில் AD BC ஆகும் AC யும் BD யும் O இல் இடைவெட்டுகின்றன.

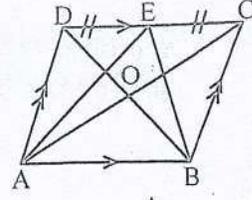
- முக்கோணி BCD யிற்கு பரப்பளவினால் சமமான முக்கோணி ஒன்றின் பெயரை தருக.
- முக்கோணி OCD யிற்கு பரப்பளவினால் சமமான முக்கோணி ஒன்றின் பெயரை தருக.



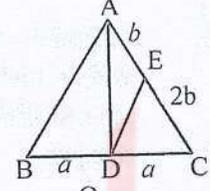
09. ABPQ இன் பரப்பளவுக்கு சமமான ஒரு உருவத்தை பெயரிடுக.



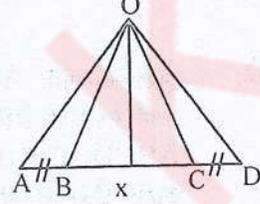
10. ABCD இணைகரம் $DE = EC$ ஆகும் முக்கோணம் AOB யினதும் முக்கோணம் AEB இனதும் பரப்பளவின் விகிதத்தைக் காண்க.



11. முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவின் என்ன பின்னம் முக்கோணி ADE இன் பரப்பளவாகும்



12. உருவில் $AB = DC$ எனின் முக்கோணி ACO இதற்கு பரப்பளவில் சமபரப்பளவுடைய முக்கோணி எது?



அலகு 57

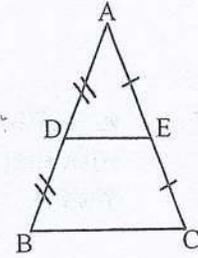
நடுப்புள்ளித் தேற்றம்

தேற்றம் 23

முக்கோணி ஒன்றின் அதன் இருபக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடானது மூன்றாவது பக்கத்துக்குச் சமாந்தரமும் அதன் அரைப்பங்காகவும் இருக்கும்

$$DE \parallel BC$$

$$DE = \frac{1}{2} BC$$



நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தின் மறுதலை

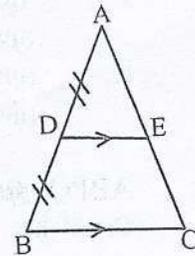
தேற்றம் 24

முக்கோணி ஒன்றின் ஒருபக்கத்தின் நடுப்புள்ளிகூடாக இன்னுமொரு பக்கத்திற்கு சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடு மூன்றாவது பக்கத்தை இருசமகூறிடும்

AB இன் நடுப்புள்ளி D

$DE \parallel BC$ எனின்

$$AE = EC$$

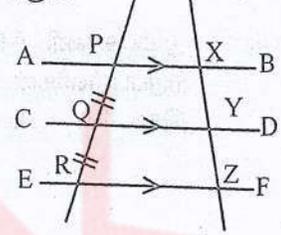


வெட்டுத்துண்டு தேற்றம்

தேற்றம் 25

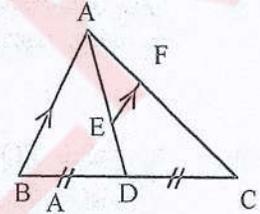
மூன்று அல்லது மூன்றுக்கு மேற்பட்ட சமாந்தரகோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும் போது உருவாகும் வெட்டுத்துண்டுகள் சமனாயின் அச்சமாந்தர கோடுகளை இன்னொரு குறுக்கோடி வெட்டும் போது உருவாகும் வெட்டுத்துண்டுகளும் சமனாகும்.

$AB \parallel CD \parallel EF$
 $PQ = QR$ எனின்
 $XY = YZ$ ஆகும்.

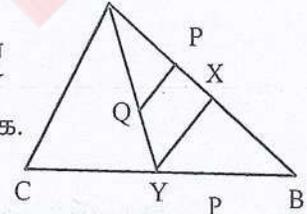


பயிற்சி 57

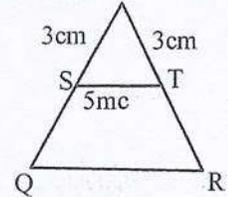
01. உருவில் $BD = DC, AE = ED, BA \parallel EF$ ஆகும் $AB = 12\text{cm}$ எனின் FE யின் நீளத்தை காண்க.



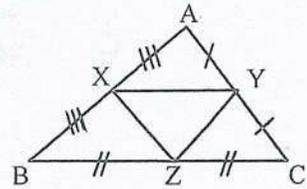
02. ஒரு முக்கோணி ABC யில் AB, BC ஆகிய பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே X, Y உம் $AP = PX$ உம் $PQ \parallel XY$ உம் ஆகும் $PQ = 3.5\text{cm}$ எனின் AC யின் நீளத்தை காண்க.



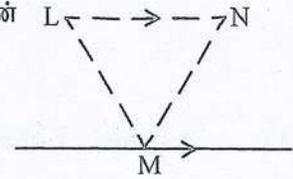
03. முக்கோணி PQR இன் பக்கங்கள் PQ, PR ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே S உம் T யும் ஆகும் $PS = PT = 3\text{cm}, ST = 5\text{cm}$ ஆகும் சரிவகம் QSTR இன் சுற்றளவை காண்க.



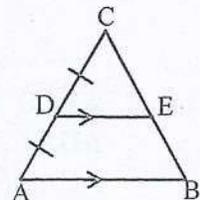
04. முக்கோணி XYZ இன் சுற்றளவு 12cm ஆகும் முக்கோணி ABC யின் சுற்றளவு காண்க.



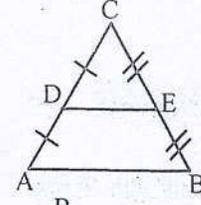
05. ஒரு முக்கோணி ABC யில் AB, BC, CA ஆகிய பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே L, M, N ஆகும் L, M, N ஆகியவற்றின் தானங்களையும் அவற்றை கொண்ட முக்கோணி ABC அமைக்கப்படும் விதத்தையும் காட்டும் பூரணமற்ற ஒரு வரைபடம் (பரும்படி வரை படம்) கீழே காணப்படுகின்றது அதனைப் பூரணப்படுத்துக.



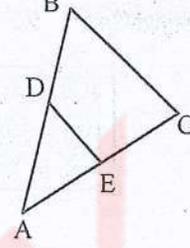
06. உருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப
 i. CE யிற்குச்சமமான ஒரு கோட்டுத் துண்டத்தை பெயரிடுக
 ii. $DE = 8\text{cm}$ எனின் AB யின் நீளத்தை காண்க.



07. உருவில் $AB=8\text{cm}$ எனின் DE யின் நீளத்தை காண்க.

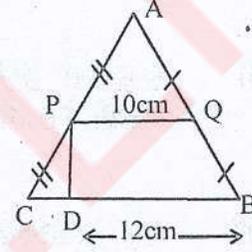


08. முக்கோணி ABC யில் AB, AC என்னும் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் D, E ஆகும் DE க்கும் BC யிற்கும் இடையே உள்ள இரு தொடர்புகளை எழுதுக.

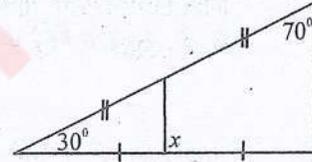


09. ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர் கோடுபற்றி உமக்கு தெரிந்தவற்றை கூறுக.

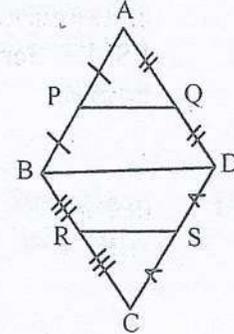
10. உருவில் $PQ = 10\text{cm}$, $BD = 12\text{cm}$ ஆயின் CD இன் நீளத்தை காண்க.



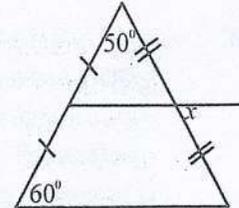
11. x இன் பெறுமானம் காண்க.



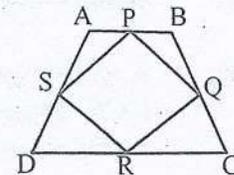
12. தரப்பட்ட உருவில் உள்ள தகவலுக்கோற்ப
i. $PQ \parallel RS$
ii. $PQ = RS$ எனக்காட்டுக.



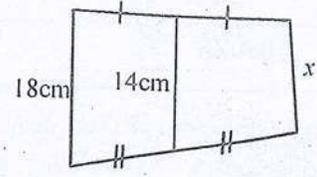
13. உருவில் x இன் பெறுமானம் காண்க.



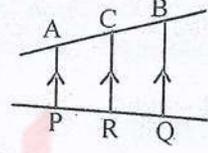
14. ABCD ஒருநாற்பக்கல் ஆகும் P, Q, R, S என்பன முறையே AB, BC, CD, DA என்பனவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் $BD = 20\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$ எனின் நாற்பக்கல் PQRS இன் சுற்றளவை காண்க.



15. உருவில் x இன் பெறுமானம் காண்க.



16. உருவில் $AC = CB$, $AP = 4.5\text{cm}$, $BQ = 7.5\text{cm}$, $AP \parallel CR \parallel BQ$ எனின் CR இன் பெறுமானத்தை காண்க.

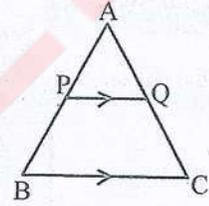


அலகு : 58 முக்கோணியின் பக்கங்களின் விகிதசமப்பிரிப்பு

தேற்றம் 26

முக்கோணி ஒன்றின் ஒருபக்கத்துக்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடு அடுத்த இரு பக்கங்களையும் விகிதசமமாகப் பிரிக்கும்

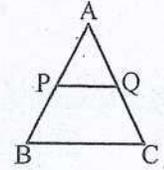
$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$



தேற்றம் 27

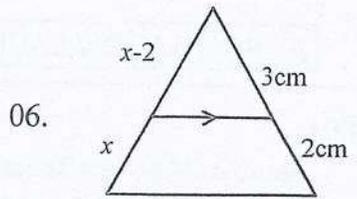
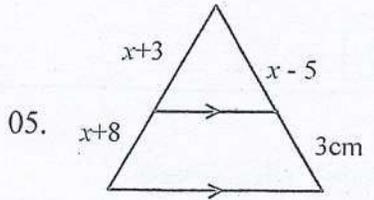
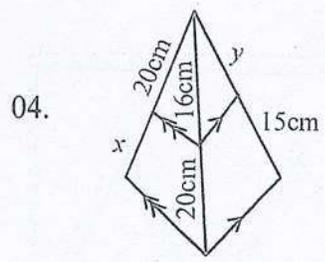
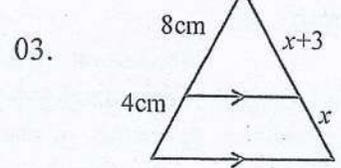
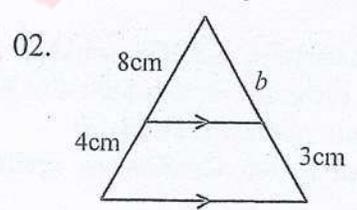
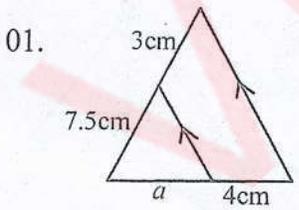
ஒரு நேர்கோடானது முக்கோணி ஒன்றினது இருபக்கங்களை விகிதசமமாகப் பிரிக்கும் எனின், அந்நேர்கோடு மூன்றாம் பக்கத்தக்கு சமாந்தரமாகும்.

$$AP : PB = AQ : QC \text{ எனின் } PQ \parallel BC$$

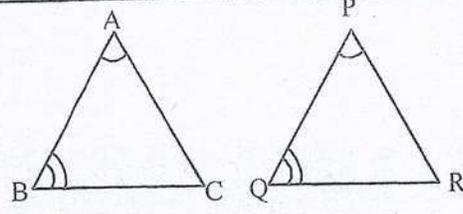


பயிற்சி 58

ஆங்கில சிறிய எழுத்தின் பெறுமானத்தை காண்க.



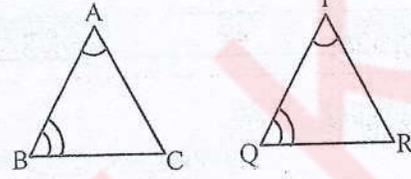
ஒரு முக்கோணியின் ஒவ்வொரு கோணமும், மற்றொரு கோணியின் ஒவ்வொரு கோணத்துக்கும் முறையே சமன் ஆயின் அவ் இரு முக்கோணிகளும் சமகோண முக்கோணிகள் எனப்படும்.



தேற்றம் 28

சமகோண முக்கோணிகள் இரண்டின் ஒத்தபக்கங்கள் விகிதசமனாகும்.

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$$

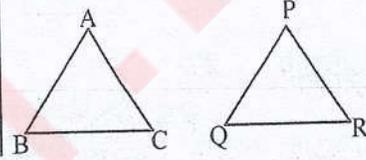


தேற்றம் 29

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் மற்றொரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களுக்கும் விகிதசமன் எனின் அம் முக்கோணியின் இரண்டும் சமகோணமானவை

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} \text{ எனின்}$$

$\Delta ABC, \Delta PQR$ சமகோண முக்கோணியாகும்.

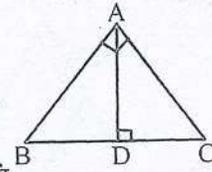


இயல்பொத்த முக்கோணிகள்.

- இரு முக்கோணிகள் ஒன்றுடன் ஒன்று சமகோணமாகவும் ஒன்றின் பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் மற்றையதன் ஒத்த பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றுடனும் விகிதசமனாகவும் இருப்பின் அது இயல்பொத்த முக்கோணியாகும்.
- இரு முக்கோணிகள் சமகோணமானவை எனின் அவை இயல்பொத்தவை ஆகும்.

தேற்றம் 20

செங்கோண முக்கோணியில் செங்கோணத்தை கொண்ட உச்சியிலிருந்து செம்பக்கத்துக்கு வரையும் செங்குத்தினால் உண்டாகும். முக்கோணிகள் இரண்டும் முன்னைய முக்கோணிகளுடன் இயல்பொத்தவை ஆவதோடு அவை முதல் செங்கோண முக்கோணியுடன் இயல்பொத்தவை.

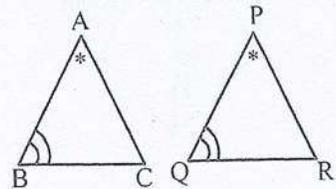


$$\Delta ABC \sim \Delta ABD \sim \Delta ACD$$

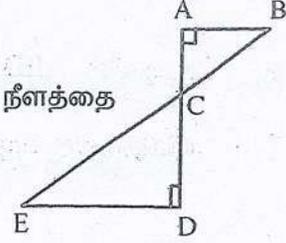
குறிப்பு

இயல்பொத்த முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகள் ஒத்த பக்கங்களின் வர்க்கத்திற்கு விகித சமனாகும்.

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta PQR} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{CA^2}{RP^2}$$



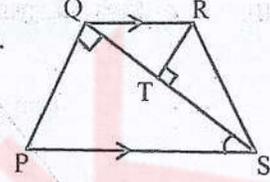
01. உருவில் $AB = 2\text{cm}$, $ED = 8\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$ ஆகும். AC இன் நீளத்தை காண்க.



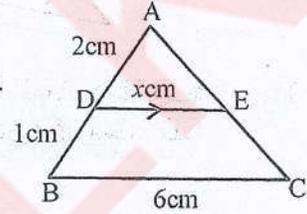
02. உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப

i ஒரு சமகோண முக்கோணச் சோடிகளைக் குறிப்பிடுக.

ii $\frac{PQ}{TR}$ இற்குச் சமமான வேறொரு விகிதத்தை எழுதுக.

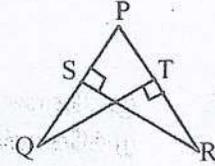


03. உருவில் $BC \parallel DE$ ஆகும் x இன் பெறுமானத்தை காண்க.

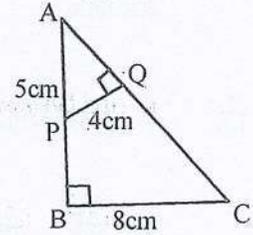


04. உருவில் உள்ள தகவல்களேற்ப $\frac{QT}{SR}$ இற்குச் சமமான

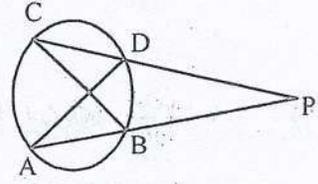
ஒரு விகிதத்தை எழுதுக உமது விடைக்குக் காரணங்களை தருக.



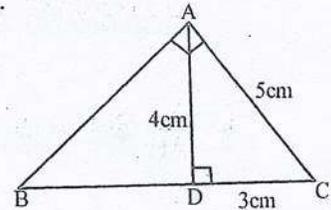
05. உருவில் $AP = 5\text{cm}$, $PQ = 4\text{cm}$, $BC = 8\text{m}$ ஆகும் முக்கோணிகளின் இயல்பொத்தவை கருத்தில் கொண்டு AC யின் நீளத்தைக் காண்க.



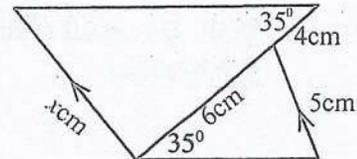
06. ஒருவட்டத்தின் AB, CD என்னும் நாண்கள் புள்ளி P யின் சந்திக்கின்றன PCB, PAD ஆகிய முக்கோணிகள் சம கோணமுக்கோணிகள் என காரணங்களை தந்து காட்டுக.



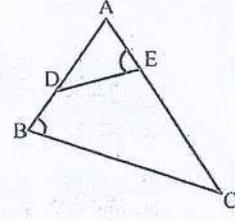
07. இயல்பொத்த முக்கோணியை பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக AB யின் நீளத்தை காண்க.



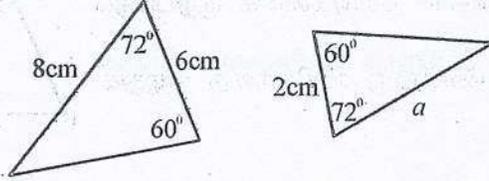
08. சமகோணமுக்கோணி பற்றிய அறிவை பயன்படுத்தி x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



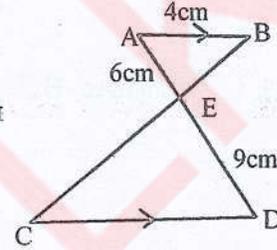
09. உருவில் $\hat{AED} = \hat{DBC}$ ஆகும் $\frac{BC}{DE}$ யிற்குச் சமமான ஒரு விகிதத்தை எழுதுக.



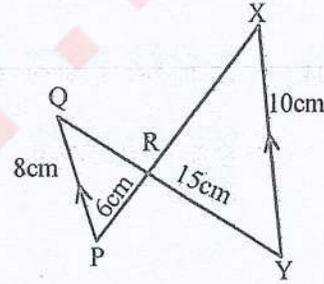
10. a இன் பெறுமானத்தை காண்க.



11. உருவில் ABE யும் DCE யும் இயல்பொத்த முக்கோணிகள் CD யின் நீளத்தை காண்க.

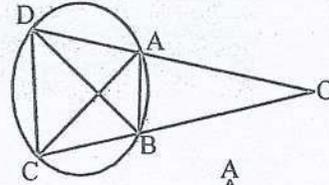


12. முக்கோணிகள் PQR,XYR என்பன இயல்பொத்த முக்கோணிகள். QR,QY ஆகியவற்றின் நீளங்களை காண்க.

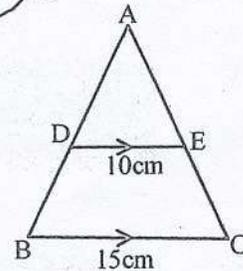


13. i. முக்கோணி DCO க்கு இயல்பொத்த முக்கோணியொன்றின் பெயரைத் தருக.

- ii. $\frac{AD}{AB}$ யிற்கு சமமான விகிதம் ஒன்றை எழுதுக.

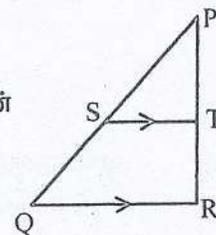


14. i. $\frac{OD}{DC}$ இற்குச் சமமான ஒரு விகிதத்தை முக்கோணிகளின் பக்கங்களில் கூறுக.

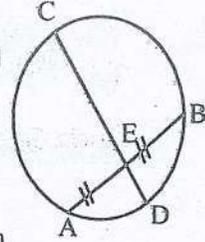


- ii. $\frac{AD}{AB}$ இன் பெறுமானத்தை காண்க.

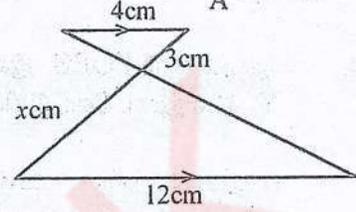
15. PQR ஓர் முக்கோணம் $PS : SQ = 2:3$, $ST = 4cm$ எனின் QR இன் நீளம் என்ன.



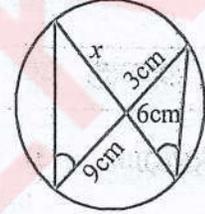
16. CD என்ற நாண் AB என்ற நாணை E இல் இருசம கூறிடுகின்றது
 $AD=5\text{cm}, BC=6\text{cm}, EC=3\text{cm}$ ஆயின் AB யைக் காண்க.



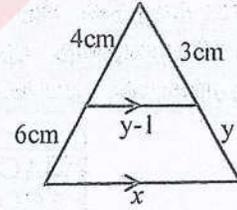
17. உருவில் x இன் பெறுமானம் காண்க.



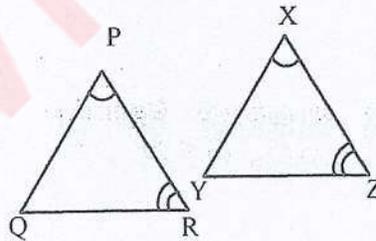
18. உருவில் x இன் பெறுமானத்தை காண்க.



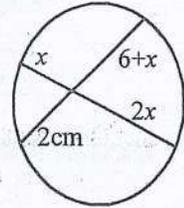
19. உருவில் x, y இன் பெறுமானத்தை காண்க.



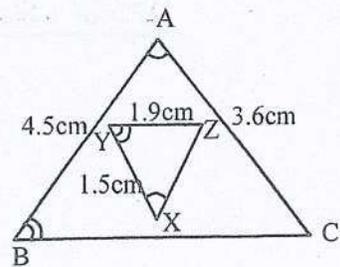
20. PQR, XYZ எனும் இயல் பொத்த முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகள் முறையே
 $8\text{cm}^2, 32\text{cm}^2$ ஆகும் $QR=3\text{cm}, \hat{P}=\hat{X}, \hat{R}=\hat{Z}$ எனின் YZ இன் நீளத்தை காண்க.



21. உருவில் x இன் பெறுமானத்தை காண்க.

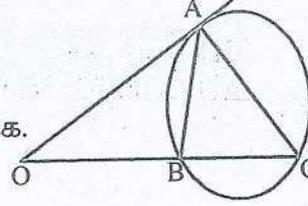


22. ABC, XYZ எனும் முக்கோணியில் $\hat{A}=\hat{X}, \hat{B}=\hat{Y}$ ஆகும்
 i. BC
 ii. XY என்பவற்றின் நீளத்தை காண்க.



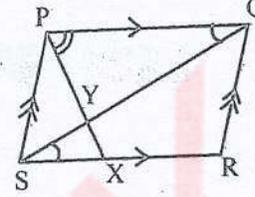
23. OA ஆனது ABC என்ற வட்டத்தினை A இல் தொடும் ஒரு தொடலி ஆகும் இயல்பொத்த முக்கோணிகளை

பயன்படுத்தி $\hat{O}BA$ இற்கு சமமான கோணத்தைபெயரிடுக.



24. இணைகரம் PQRS இல் SR என்ற கோடும் PX என்ற கோடும் Y இல் இடைவெட்டுகின்றன இயல்பொத்த முக்கோணிகள்

பற்றிய அறிவை பயன்படுத்தி $\frac{SY}{YQ}$ இன் பெறுமானத்தை பக்கங்கள் சார்பில் தருக.



அலகு 60

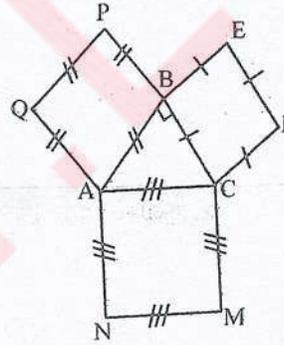
பைதகரஸ் தேற்றம்

தேற்றம் 31

யாதேனும் செங்கோண முக்கோணி ஒன்றின் செம்பக்கத்தின் மீது வரையப்பட்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்களின் மீது வரையப்பட்ட சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமன்

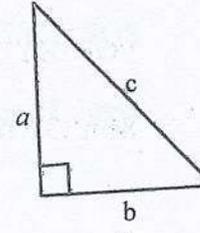
$$\square ACMN = \square ABPQ + \square BCDE$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$



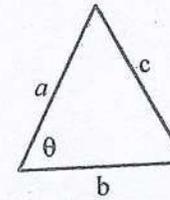
- * செங்கோண முக்கோணியில் பைதகரஸ் தொடர்பு θ ஆனது 90° எனின் ($\theta = 90^\circ$)

$$c^2 = a^2 + b^2$$



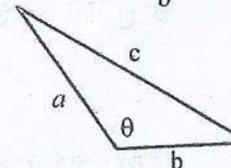
- * கூர்ங்கோணமுக்கோணியில் பைதகரஸ் தொடர்பு θ ஆனது 90° இலும் குறைவு ($\theta < 90^\circ$)

$$c^2 < a^2 + b^2$$



- * விரிகோணகோணியில் பைதகரஸ் தொடர்பு θ ஆனது 90° இலும் அதிகம் ($\theta > 90^\circ$)

$$c^2 > a^2 + b^2$$



பைதகரஸ் திரிதம் (மும்மை)

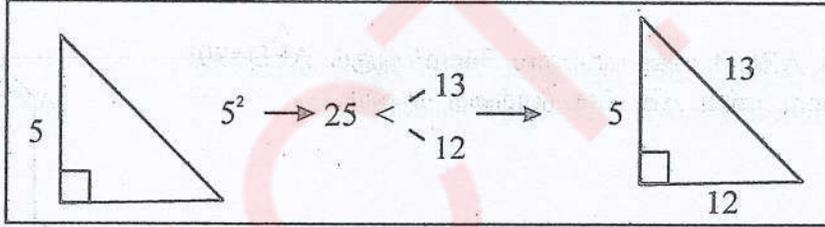
- செங்கோண முக்கோணியை ஆக்கக் கூடிய மூன்று பெறுமானங்களும் பைதகரஸின் திரிதம் எனப்படும்
- ஒரு பக்க நீளம் தரப்படும் போது பைதகரஸின் திரிதத்தை இரு முறைகளில் காணலாம்.

முறை 01

செங்கோண முக்கோணியில் செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்களுள் ஒன்றின் நீளம் ஒற்றை எண்ணாக இருக்கும் போது

1. செங்கோணமுக்கோணியின் சிறிய பக்கத்தின் நீளம் ஒற்றை எண் என்க.
2. அதனை வர்க்கிக்க
3. வர்க்கித்து பெற்ற பெறுமானத்தை கூட்டுத் தொகையாக கொண்ட அடுத்துள்ள இரு எண்களை தெரிக
4. இவ்வாறு தெரிவு செய்த எண்களுள் பெரியதை செம்பக்கமாகவும் அடுத்ததை மற்றுமொரு பக்கமாகவும் கொள்க.

உதாரணம்

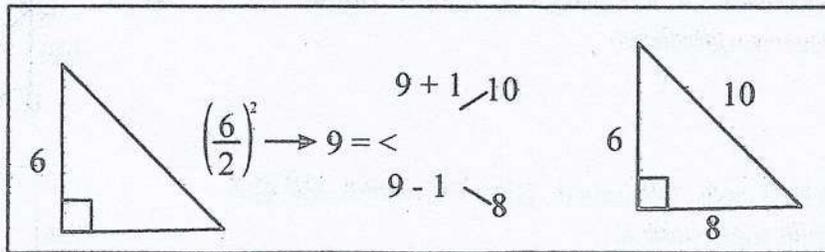


முறை 02

செங்கோண முக்கோணியில் செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்களுள் ஒன்றின் நீளம் இரட்டை எண்ணாக இருக்கும் போது

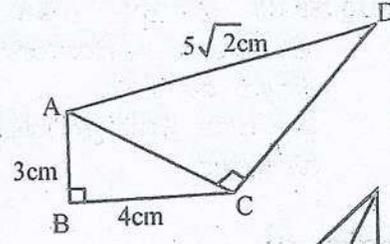
1. இரண்டை எண்ணின் அரைவாசியை பெறுக.
2. இவ்வாறு பெற்ற பெறுமானத்தை வர்க்கிக்க
3. வர்க்கித்துப் பெற்று பெறுமானத்துக்கு ஒன்று கூடியதும், ஒன்று குறைந்ததுமான இரு எண்களையும் எடுக்க.
4. இவ் இரு எண்களும் முதலில் எடுத்த இரண்டை எண்ணும் பைதகரஸின் திரிதமாகும்.

உதாரணம்

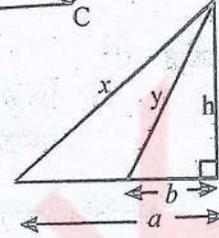


பயிற்சி 60

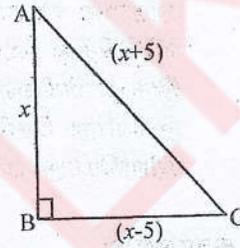
01. உருவில் உள்ள தகவல்களை கொண்டு CD யின் நீளத்தை காண்க.



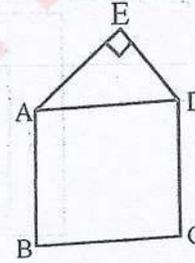
02. உருவில் உள்ள தகவலை கருத்திற் கொண்டு $x^2 - y^2 = a^2 - b^2$ எனக்காட்டுக.



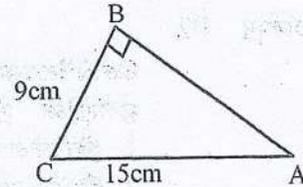
03. x இன் சார்பாக இருபடிச்சமன்பாடு ஒன்றை அமைத்து அதனை தீர்பதன் மூலம் பக்கம் AB யின் நீளத்தை காண்க.



04. சதுரம் ABCD யின் பரப்பளவு 74cm^2 ஆகும் $\hat{AED} = 90^\circ$, $ED = 5\text{cm}$ எனின் AE யின் நீளத்தை காண்க.

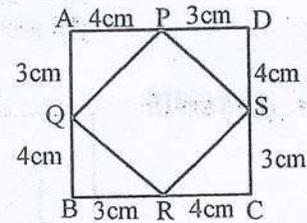


05. AB யின் நீளத்தை காண்க.

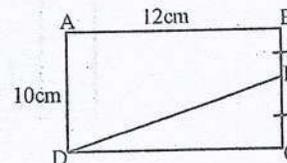


06. செங்கோணமூக்கோணி PQR இலே செம்பக்கம் PR இன் நீளம் 13cm பக்கம் QR இன் நீளம் 5cm பக்கம் PQ வின் நீளத்தை காண்க

07. சதுரம் ABCD யிலே சதுரம் PQRS அடைக்கப்பட்டுள்ளது மூலைவிட்டம் PR நீளத்தை காண்க (இறுதி விடை சுருக்க வேண்டியதில்லை)



08. ABCD ஒரு செவ்வகம் $BP = PC$ எனின் DP இன் நீளத்தை காண்க.

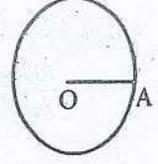


வட்டம் (Circle)

- நிலையான புள்ளியொன்றிலிருந்து மாறத்தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் பயணப்பாதை வட்டம் எனப்படும்.

$O \Rightarrow$ நிலையானபுள்ளி

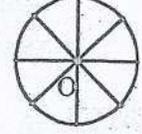
$OA \Rightarrow$ மாறத்தூரம்



மையம் (Centre)

- சமாச்சீர் அச்சுகள் யாவும் வெட்டும் புள்ளி அவ்வட்டத்தின் மையம் எனப்படும்

$O \Rightarrow$ வட்டத்தின் மையம்



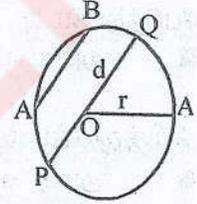
பரிதி (Circumference)

- புள்ளிகள் நகர்ந்த வளைகோட்டுபாதை அதன் பரிதி எனப்படும்.

ஆரை (Radius)

- வட்டத்தின் மையத்தையும் பரிதியில் உள்ள யாதுமொரு புள்ளியையும் இணைக்கும் நேர்கோடு ஆரை எனப்படும்.

$r = OA, OP, OQ \Rightarrow$ ஆரைகள்



நாண் (Chord)

- ஒரு வட்டத்தின் பரிதியிலுள்ள யாதுமிரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடு அவ்விடத்தின் நாண் எனப்படும்

$AB \Rightarrow$ நாண்

விட்டம் (diameter)

- ஒருவட்டத்தின் மையத்தினூடாக செல்லும் மிக பெரிய நாண் விட்டம் எனப்படும்.

$d = PQ \Rightarrow$ விட்டம்

விட்டத்தின் நீளம் ஆரையின் நீளத்தின் இருமடங்கு

$$d = 2r$$

அரைவட்டம் (Semil-Circle)

- ஒரு வட்டத்தை விட்டம் சரிபாதியாக்கும் ஒவ்வொரு பரிதியும் அரைவட்டம் எனப்படும்.



- அரைவட்டம் என்பது ஒருவட்டத்தின் விட்டம் மொன்றாலும் அவ்விட்டத்தால் வெட்டப்படும் அவ்வட்டத்தின் பரிதி ஒன்றாலும் அடக்கப்படும் பகுதி ஆகும்.

வில் (Arc)

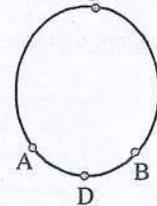
- ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் ஏதாவதொரு பகுதி அவ்வட்டத்தின் வில் எனப்படும்.

$ACB, ADB \Rightarrow$ வில்கள்

பேரிவில் (Major arc)

- அரைவட்ட வில்லிலும் பெரியவில் பேரிவில் எனப்படும்.

$ACB \Rightarrow$ பேரிவில்

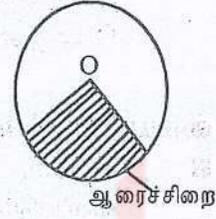


சீறிவில் (Minor arc)

- அரைவட்ட வில்லிற் சிறிய வில் சீறிவில் எனப்படும்.
ADB \Rightarrow சீறிவில்

ஆரைச்சிறை (Sector)

- ஒரு வட்டத்தினுடைய எவையேனும் இரண்டு ஆரைகளாலும் அவ்வரைகளுக்குட்கிடக்கும் வில் ஒன்றாலும் அடக்கப்படும் பகுதி அவ்வட்டத்தின் ஆரைச்சிறை எனப்படும்.



துண்டம் (Segment)

- ஒருவட்டத்தினுடைய நாண் ஒன்றினதும் அந் நாணால் பிரிக்கப்பட்டுள்ள வில் ஒன்றானதும் அடைக்கப்படும் பகுதி அவ்வட்டத்தின் துண்டம் எனப்படும்.

பேரித்துண்டம் (Major Segment)

- அரைவட்டத்திலும் பெரிய துண்டம் பேரித்துண்டம் எனப்படும்.



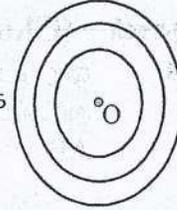
சீறித்துண்டம் (Minor Segment)

- அரை வட்டத்திலும் சிறிய துண்டம் சீறித்துண்டம் எனப்படும்.

சீறித்துண்டம்

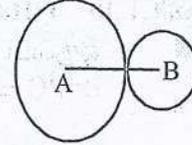
ஒருமைய வட்டங்கள் (Concentric circles)

- இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட வட்டங்கள் ஒரே மையமாக வரையப்பட்டால் அவ்வட்டங்கள் ஒரு மைய வட்டங்கள் எனப்படும்.
O \Rightarrow பொதுமையம்



மையமினைகோடு

- இருவட்டங்களினுடைய மையங்களை இணைக்கும் நேர் கோடு மையமினை கோடு எனப்படும்.
AB \Rightarrow மையமினைகோடு



வட்டத்துடன் தொடர்புபட்ட வெளிப்படை உண்மைகள்

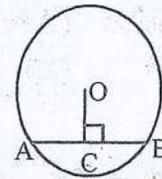
1. ஒரு வட்டத்தின் ஆரைகள் சம நீளமுடையன
2. சம ஆரையுடைய வட்டங்கள் ஒருங்கிசையும்
3. வட்டத்தை வெட்டும் நேர் கோடு பரிதியை இரு புள்ளிகளில் வெட்டும்
4. சமமற்ற ஆரையுடைய ஒரு மைய வட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று வெட்டா

அலகு 61

வட்டத்தின் நாண்கள்

தேற்றம் 32

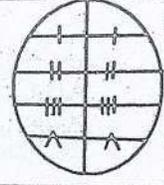
வட்டமொன்றின் மையபுள்ளியில் இருந்து நாண் ஒன்றிற்கு வரையப்படும் செங்குத்து அந்நாணை இருசமகூறிடும்.



OC \perp AB எனின்
AC = CB

குறிப்பு

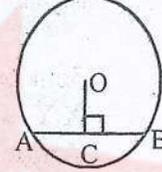
ஒரு வட்டமொன்றின் சமந்தர நாண்களின் நடுப்புள்ளின் ஒழுக்கு அந்நாண்களுக்குச் செங்குத்தாயுள்ள விட்டமாகும்.



தேற்றம் 33

விட்டமல்லாத விட்டநாண் ஒன்றின் நடுப்புள்ளியையும், மையத்தையும் இணைக்கும் கோடு அந்நாணுக்கு செங்குத்தாகும்

$$\begin{aligned} AC &= CB \text{ எனின்} \\ OC &\perp AB \end{aligned}$$



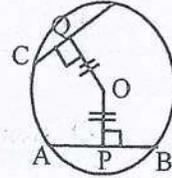
குறிப்பு

ஒருவட்ட நாணினைச் செங்குத்து இருகூறாக்கி அவ்வட்ட மையத்தினூடாக ஊ செல்லும்

தேற்றம் 34

ஒரு வட்டத்தின் சமனான நாண்கள், மையத்தில் இருந்து சமதூரத்தில் அமையும்.

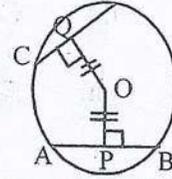
$$\begin{aligned} AB &= CD \text{ எனின்} \\ OP &= OQ \end{aligned}$$



தேற்றம் 35

வட்டத்தின் மையத்தில் இருந்து சமதூரத்திலுள்ள நாண்கள் சமனானவையாகும்

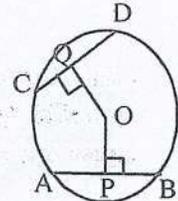
$$\begin{aligned} OP &= OQ \text{ எனின்} \\ AB &= CD \end{aligned}$$



குறிப்பு

ஒரு வட்டத்தின் இரு நாண்களுள் மையத்தைக் கிட்டிக்கிடப்பது தூரக்கிடப்பதிலும் பெரியதாகும்

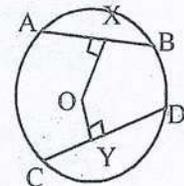
$$\begin{aligned} OQ &< OP \text{ எனின்} \\ CD &> AB \end{aligned}$$



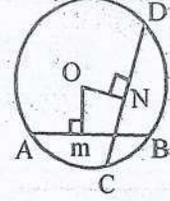
பயிற்சி 61

1

O வை மையமாகவுடைய வட்டத்தில் AB, CD என்பன இரு நாண்களாகும் $OX=OY$ எனின் AB யிற்கும் CD யிற்குமிடையே உள்ள ஒரு தொடர்பை எழுதுக.

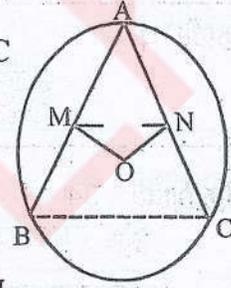


- 2 O வை மையமாக கொண்ட ஒருவட்டத்தின் இருநாண்கள் AB,CD என்பனவாகும் $OM=ON=5\text{cm}$ எனின் CD இன் நீளத்தை காண்க.



- 3 வட்டமொன்றின் மையத்திலிருந்து 3cm தூரத்தில் உள்ள நாணின் நீளம் 8cm ஆகும் அவ்வட்டத்தின் ஆரையை காண்க.
- 4 5cm ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 4cm தூரத்தில் ஒரு நாண் XY உள்ளது இத்தகவலை பருமட்டன வரிப்படத்தில் காட்டி நாண் XY இன் நீளத்தை காண்க.

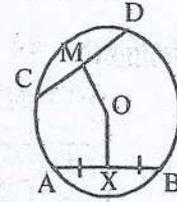
- 5 O வை மையமாக கொண்ட வட்டத்தின் இரு நாண்கள் AB, AC என்பனாகும் O விலிருந்து AB க்கு செங்குத்தாக OM உம் AC யிற்கு செங்குத்தாக ON உம் வரையப்பட்டுள்ளன.



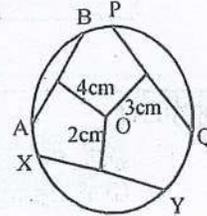
- (i) AB யின் நடுப்புள்ளி M ஆக இருப்பதற்கான காரணங்களை எழுதுக.
- (ii) MN, BC ஆகிய கோட்டுத்துண்டாக்களுக்கிடையே உள்ள ஒரு கேத்திர கணித தொடர்பை எழுதுக.

- 6 O வை மையமாக கொண்ட ஒரு வட்டத்தில்

- (i) \hat{OXB} யின் பருமன் யாது?
- (ii) $OX=OM$ எனின் AB, CD ஆகிய நாண்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்பை எழுதுக.
- (iii) இங்கே நீர் பயன்படுத்திய ஒரு தேற்றத்தை குறிப்பிடுக.



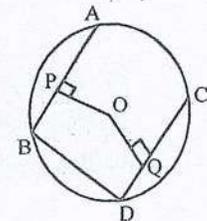
- 7 வட்டத்தின் மையம் O ஆகும் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவலுக்கேற்ப ஆகவும் நீளமான நாண் யாது?



- 8 வட்டமொன்றின் மையம் O விலிருந்து 3cm தூரத்தில் அமைந்துள்ள AB எனும் நாணின் நீளம் 8cm ஆகும் அவ்வட்டத்தின் மையம் O விலிருந்து 4cm தூரத்தில் அமைந்துள்ள CD என்னும் நாணின் நீளத்தை காண்க.

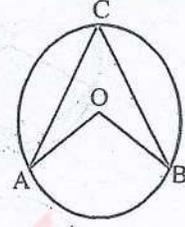
- 9 O வை மையமாகவுடைய வட்டமொன்றின் ஆரை 17m ஆகும் அதில் AB என்னும் நாணின் நீளம் 30m எனின் மையத்திலிருந்து அந்நாணைக்கு வரையப்பட்ட செங்குத்து தூரத்தை காண்க.

- 10 O வை மையமாகவுடைய வட்டத்தில் $AB=6\text{cm}$, $OP=4\text{cm}$, $CD=8\text{cm}$, $OQ=3\text{cm}$, $BD=6\text{cm}$ எனின் ஐங்கோணி OPBDQO இன் சுற்றளவை காண்க.



மையக்கோணம் : ஒரு வட்டத்தின் வில் மையத்தில் எதிர் அமைக்கும் கோணம் மையக் கோணம் ஆகும். (இரண்டு ஆரைகளால் மையத்தில் உண்டாகும் கோணம்)

$$\hat{AOB} \Rightarrow \text{மையக் கோணம்}$$



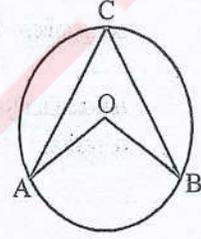
பரிதிக்கோணம் : ஒரு வட்டத்தின் வில் அவ்விடத்தின் எஞ்சிய பரிதியிலுள்ள யாதுமொரு புள்ளியில் எதிரமைக்கும் கோணம் பரிதிக் கோணமாகும். (இரண்டு நாண்களினால் பரிதியில் உண்டாகும் கோணம்)

$$\hat{ACB} \Rightarrow \text{பரிதிக்கோணம்}$$

தேற்றம் 36

வட்டத்தின் வில் ஒன்று மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணம் அவ்வல் பரிதியில் எஞ்சிய பகுதியின் எந்த ஒரு புள்ளியிலும் எதிரமைக்கும் கோணத்தின் இருமடங்காகும்.

$$\hat{AOB} = 2\hat{ACB} \quad (\text{மைய.கோ} = 2\text{பரி. கோ})$$

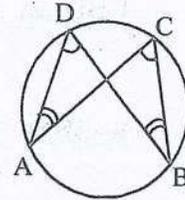


தேற்றம் 37

ஒரு வட்டத்தின் ஒரே துண்டக் கோணங்கள் சமனாகும்.

$$\hat{ACB} = \hat{ADC} \quad (\text{ஒரே துண்டக் கோணம்})$$

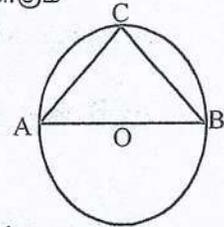
$$\hat{CAD} = \hat{CBD} \quad (\text{ஒரே துண்டக் கோணம்})$$



தேற்றம் 38

அரைவட்டக்கோணம் செங்கோணம் ஆகும் இங்கே AB விட்டமாகும்

$$\hat{ACB} = 90^\circ \quad (\text{அரைவட்டக் கோணம் செங்கோணம்})$$



பயிற்சி 62

1 தரப்பட்ட உருவில் ஆங்கில சிறிய எழுத்தின் பெறுமானம் காண்க. (O வட்டத்தின் மையம்)

i)

ii)

iii)

